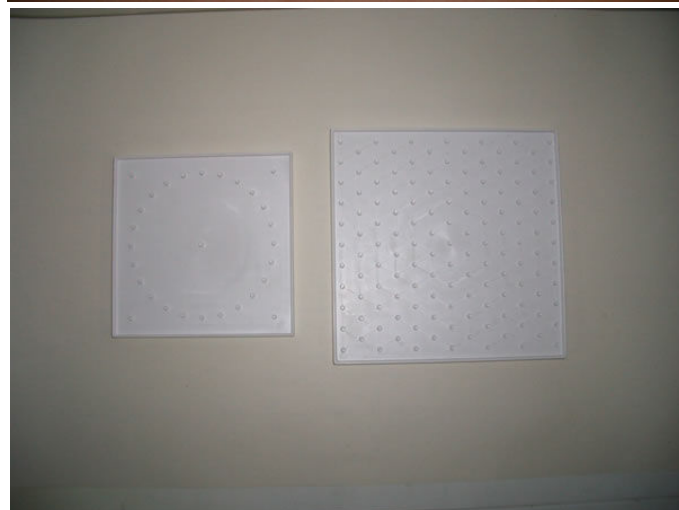
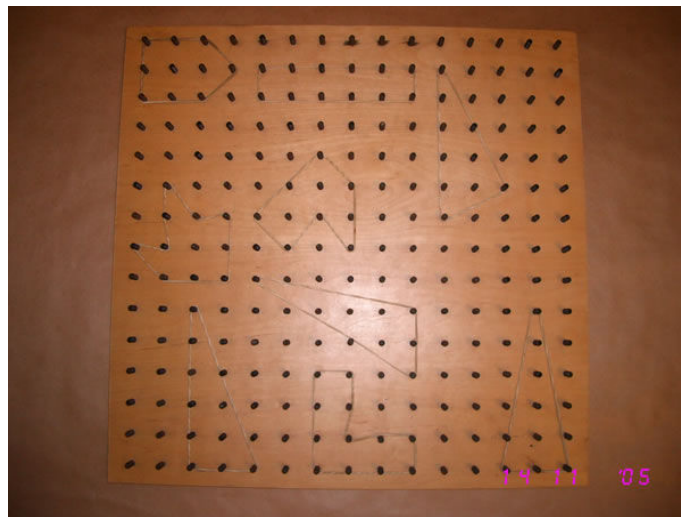


TÍTOL: EL GEOPLÀ**CLASSIFICACIÓ:**

GP	MD / DAVM	ESO	A L / G3 / T40	CO CP	0
----	--------------	-----	----------------	----------	---

DESCRIPCIÓ DEL MATERIAL: Superfície plana que disposa d'un conjunt de claus situats sobre una malla de línies en forma de quadrats (geoplà ortogonal), triangles equilàters (geoplà isomètric) o cercles (geoplà circular) de manera que es podem formar figures planes usant gomes elàstiques. Moltes de les activitats que plantegem a continuació poden fer-se alternativament amb una trama de punts sobre paper i un regle. En aquest cas haurem de disposar d'una bona quantitat de trames ortogonals, de trames circulars i de trames isomètriques. També ens pot interessar emprar algunes peces per construir políedres.

IMATGES:

CONTINGUTS: Es poden tractar pràcticament tots els continguts de la geometria plana. Formes poligonals, perímetres, àrees, angles, equivalència,

semblança, teoremes de Thales i de Pitàgores, etc.

PROPOSTA D'APLICACIÓ DIDÀCTICA: Cada tipus de geoplà permet unes activitats diferents. Per exemple, amb el geoplà ortogonal, podem treballar aspectes com els que s'enumeren a continuació:

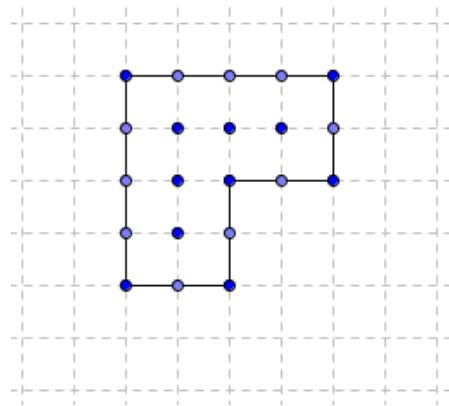
- Paral·lelisme i ortogonalitat de rectes.
- Construcció de polígons.
- Classificació de triangles, de quadrilàters i de polígons en general. Concavitat i convexitat.
- Càlcul del perímetre, àrea i angles de polígons. Suma d'angles. Polígons isoperimètrics. Polígons equivalents.
- Recompte de figures: per exemple, quants quadrats diferents podem construir amb els vèrtexs situats en un geoplà de 3x3?
- Simetries axials.
- Semblança de polígons. Relació entre els perímetres i entre les àrees.
- Descoberta de les limitacions del geoplà: impossibilitat d'obtenir triangles equilàters amb un geoplà ortogonal, impossibilitat d'obtenir angles de certes amplituds, limitació del nombre de costats d'un polígon...
- Coordenades cartesianes. Naturalment un geoplà ortogonal gran pot ser una bona eina per introduir les primeres idees de geometria analítica, fixant amb gomes llargues els eixos de coordenades i amb una petita marca de color l'origen.
- Es recomana consultar l'activitat titulada *punts i polígons* del llibre de Francisco Hernán i Elisa Carrillo que abans hem esmentat (pàgines 133, 136 i 137) on es planteja una petita recerca: quin és el màxim nombre de costats que pot tenir un polígon construït en un geoplà (o dibuixat en una trama) de 4 x 4? Esbrinar el que passa en altres trames també quadrades.
- Un altre tema que pot ser treballat bé usant un geoplà ortogonal és el que sovint s'anomena la "taxigeometria" o "geometria del taxi" al qual dediquem una fitxa a part (F45) i que té l'interès d'establir sobre el pla una mètrica diferent de l'euclídea molt fàcilment tractable per un alumnat de secundària i, fins i tot, dels darrers cursos de primària.
- Hi ha una propietat molt curiosa i interessant que els/les alumnes poden utilitzar fàcilment. És la **fórmula de Pick**. Considerem una figura poligonal feta sobre un geoplà ortogonal (alternativament sobre una trama quadriculada) unint nodes (entenem per node un punt de la trama o un clau del geoplà) de manera que no tingui forats. És evident que hi haurà alguns nodes que estaran sobre el contorn de la figura i altres que estaran a l'interior de la figura. Sigui N_c el nombre de nodes que estan sobre el contorn i N_i el nombre de nodes que estan a l'interior. Llavors l'àrea, A , de la figura serà:

$$A = \frac{N_c}{2} + N_i - 1.$$

L'aplicació d'aquesta fórmula és fàcilment generalitzable per a figures poligonals amb forats tenint en compte que l'àrea de la figura foradada serà l'àrea de la figura sense considerar els forats menys l'àrea dels forats. Tant l'àrea de la figura sense forats com l'àrea de cada forat podrà calcular-se aplicant la fórmula anterior.

A continuació presentem dos exemples:

Exemple 1:

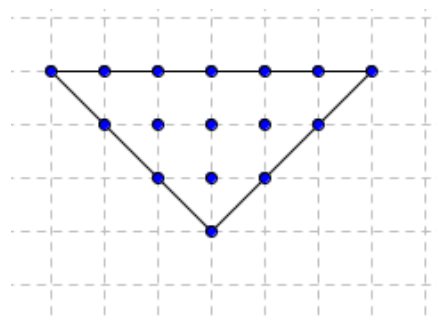


$$N_c = 16$$

$$N_i = 5$$

$$A = \frac{16}{2} + 5 - 1 = 12 \text{ quadrats}$$

Exemple 2:



$$N_c = 12$$

$$N_i = 4$$

$$A = \frac{12}{2} + 4 - 1 = 9 \text{ quadrats}$$

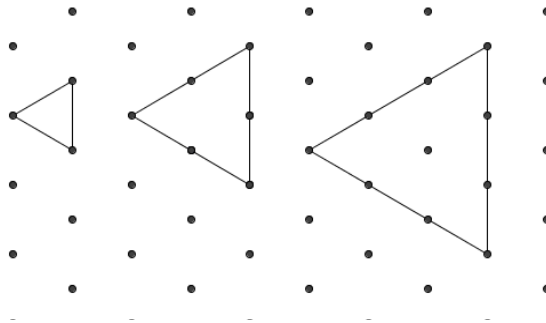
Aquesta fórmula deu el seu nom al matemàtic austríac **George Alexander Pick** que va néixer a Viena a l'any 1859 i va morir en un camp de concentració nazi (sembla ser que a l'any 1943).

Amb el geoplà circular podem fer altres coses prou interessants:

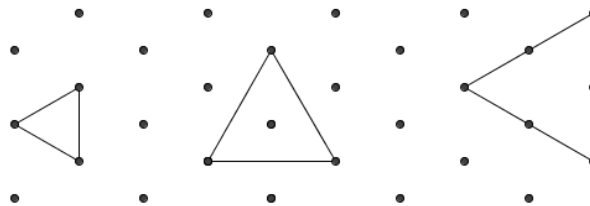
- Representar circumferències, radis, diàmetres, cordes, secants, tangents, etc
- Treballar angles centrals, inscrits i semiinscrits.
- Representar polígons inscrits en circumferències i polígons circumscrits.
- Representar polígons estrellats.

El geoplà isomètric també ens permet altres activitats:

- La pròpia construcció d'una trama isomètrica té molt d'interès.
- Representar triangles equilàters i comparar els seus costats i les seves àrees.

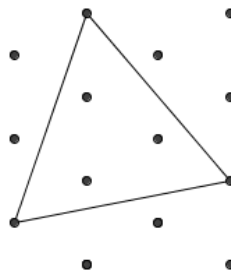


- Podríem construir un triangle equilàter que tingui una àrea més gran que l'àrea del triangle de l'esquerra (anomenem-lo "triangle unitat") i més petita que la del triangle central?

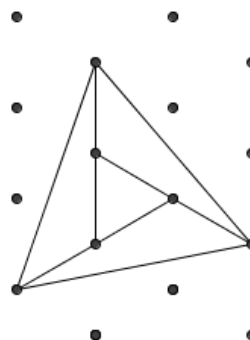


Observem que el triangle central té una àrea igual a tres vegades l'àrea de triangle unitat i a tres quartes parts de l'àrea del triangle de la dreta.

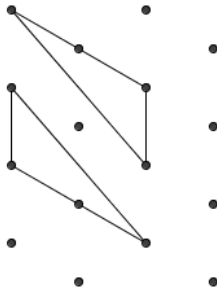
- Podríem deduir, en funció de l'àrea del triangle unitat, l'àrea del triangle equilàter següent?



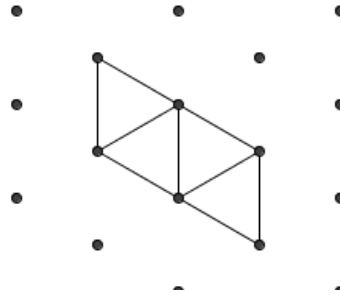
Serà interessant descompondre aquesta figura de la següent manera:



El triangle central és el triangle unitat però apareixen tres triangles obtusangles dels quals haurem d'esbrinar l'àrea. Per fer-ho observem-ne dues "ben col·locades":

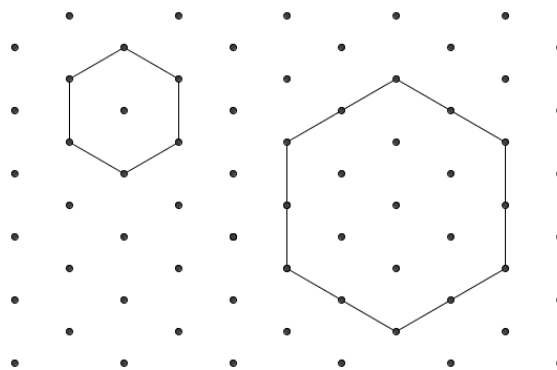


Si les ajuntem veurem immediatament que equivalen a quatre triangles unitat:

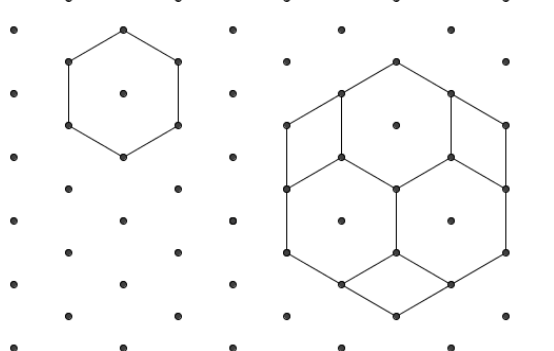


Així doncs cadascuna de les peces equival a dos triangles unitat. A partir d'aquí és immediata la solució del repte original.

- Representar poliamants (figures formades per agrupacions de triangles equilàters iguals) als quals dediquem una fitxa i un guió d'activitats específics.
- Representar hexàgons. Per exemple dos hexàgons tals que el costat d'un sigui el doble del de l'altre.

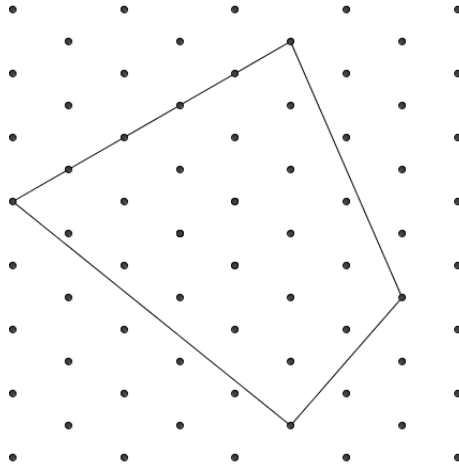


Quantes vegades cap el primer hexàgon dins del segon. Podríem construir-ho?

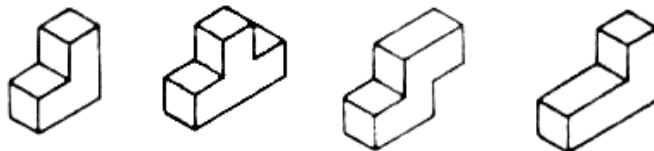


Observem que hi apareixen tres hexàgons petits i tres parts que poden formar un nou hexàgon petit.

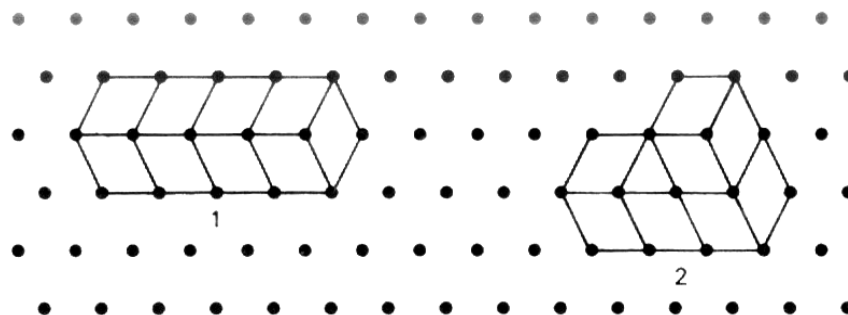
- Construir figures que compleixin certes condicions. Per exemple: un quadrilàter tal que sobre el seu contorn hi hagi 8 punts del geoplà (o de la trama) i en el seu interior contingui 18 punts. Les solucions poden no ser úniques. Una solució corresponent a l'exemple anterior seria:



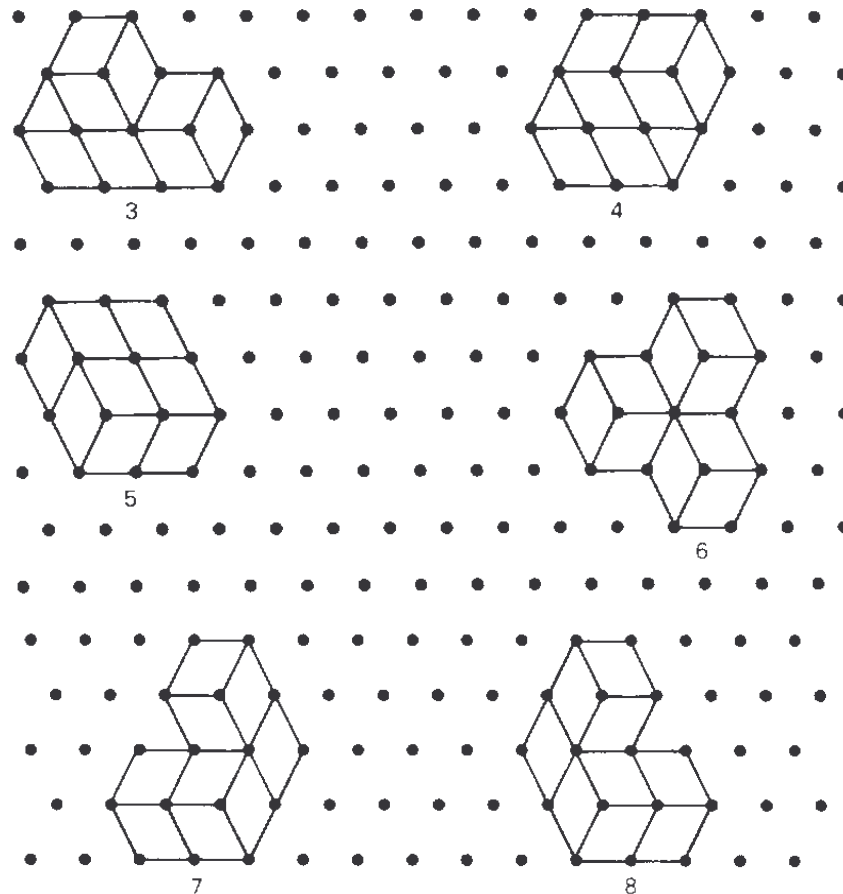
- Representar sobre el geoplà (o el tramat) una visió en perspectiva d'un policub donat. Pot resultar més còmode si prèviament es construeix la figura amb les peces de policub de què disposen els equips. Per exemple:



- A l'inrevés de l'activitat anterior, construir policubs reals a partir de les seves imatges en perspectiva sobre un tramat isomètric. Extraïem del llibre "*Recursos en el aula de matemáticas*" de Francisco Hernán i Elisa Carrillo¹ les següents imatges, que representen els vuit tetracubs i que ens poden ser útils per aquesta activitat.



¹ Hernán, F., Carrillo, E. *Recursos en el aula de Matemáticas*, pàg. 86, 87



Aquestes dues últimes activitats estan molt relacionades amb un interessant trencaclosques de representació plana de polícubs al qual dediquem una fitxa titulada “*Rombes per anar de l’espai al pla*”.

S’adjunta un guió de pràctiques en el qual s’utilitzen els tres tipus de geoplans. Tanmateix el contingut de la pràctica hauria d’adaptar-se al nivell de l’alumnat i als temes concrets que es desitgen treballar. Les activitats que es proposen són tan sols una mostra de les activitats possibles.

S’adjunta la proposta de guió G8.

CONNEXIONS: Educació visual i plàstica. El geoplà es pot construir dins de la matèria de tecnologia.

ALTRES COMENTARIS: Es tracta d’una eina molt polivalent. Aquí tan sols presentem algunes de les activitats que s’hi poden portar a terme. Es comercialitzen uns geoplà molt petits que poden anar bé per treballar individualment, però serà bo disposar d’almenys un geoplà gran. Els geoplà poden usar-se a l’aula pròpia o al laboratori, individualment, en grup o com una eina puntual per a la demostració, exemplificació o visualització d’algun fet o concepte durant les explicacions del professorat. El temps estimat depèn de l’activitat concreta que es plantegi. Així doncs, en el quadre de classificació, l’agrupament i el temps han d’entendre’s com força relatius. Dediquem la fitxa F37 a una aplicació del geoplà. Curiosament hi ha petites aplicacions informàtiques que simulen geoplans. Cal posar atenció en l’ús de les gomes per tal que no es facin mal. Com s’ha dit les figures que es fan sobre

geoplans es poden fer també sobre paper on hi hagi representada una trama amb els punts corresponents. S'adjunta a aquesta fitxa una petita trama isomètrica.

Trama isomètrica

