

TÍTOL: POLÍEDRES AMB LÀMINES DE PLÀSTIC TRANSPARENT I CINTA ADHESIVA.**CLASSIFICACIÓ:**

GE	MD DAVM	ESO	A L / G G3 I / T30	CO	0
----	------------	-----	--------------------	----	---

DESCRIPCIÓ DEL MATERIAL: Làmines de plàstic transparent i una mica gruixut, cinta adhesiva transparent, estisores, retoladors no permanents. Per algunes activitats ens caldrà fil de llana i agulles llargues de fer mitja.

IMATGES: El material que es mostra en les fotografies d'aquesta fitxa és de la professora Sílvia Margelí.





CONTINGUTS: Concepte de políedre, políedres regulars, políedres semiregulars, dual d'un políedre, elements observables en un políedre. Percepció de l'espai, habilitat manual.

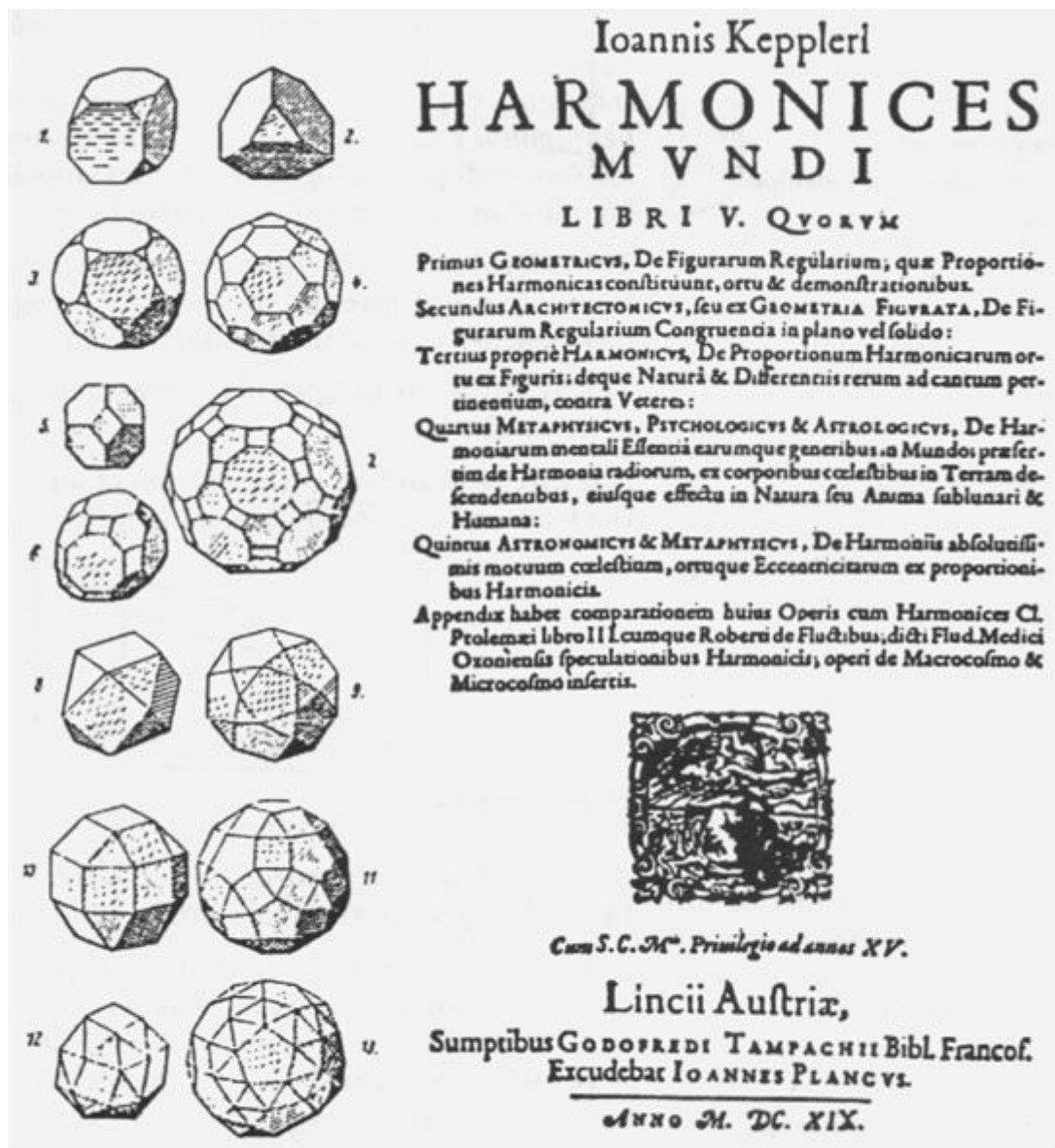
PROPOSTA D'APLICACIÓ DIDÀCTICA: En primer lloc serà convenient retallar una bona quantitat de polígons regulars per emprar com a cares dels nostres políedres. Haurem de fer-ho amb cura amb l'ajut de plantilles elaborades de manera precisa. A partir d'aquí es tractarà de construir, desenvolupar i estudiar políedres.

Els primers políedres que podem proposar per construir són els *políedres regulars*, és a dir, políedres convexos amb totes les cares iguals que són polígons regulars i amb tots els vèrtexs rebent el mateix nombre d'arestes. Aquests políedres també s'anomenen *sòlids platònics* per què fou Plató qui, per primer cop, els va tractar conjuntament al seu diàleg *Timeu*. Sols existeixen cinc sòlids platònics: el tetràedre, l'octàedre, l'icosàedre, el cub i el dodecàedre. Per construir-los necessitarem disposar d'una bona reserva de quadrats, de pentàgons regulars i, sobretot, de triangles equilàters. Emprarem cinta adhesiva transparent per unir les cares. L'alumnat, progressivament, anirà aconseguint habilitat en fer aquestes construccions.

Unint els centres de les cares dels sòlids platònics obtenim els *políedres duals*: el cub i l'octàedre són duals, el dodecàedre i l'icosàedre són duals i el tetràedre és dual de si mateix. Podem construir-los fent uns petits forats en els centres de les cares i, mitjançant una agulla de fer mitja, passar de centre a centre un fil de llana que haurem de deixar tens. Obtindrem uns objectes molt bonics que posaran de manifest clarament la idea de dualitat de políedres. A part dels políedres duals, utilitzant fil de llana, podrem assenyalar altres elements geomètrics dels políedres.

Els *políedres semiregulars* o *sòlids arquimediàns* són políedres tals que les seves cares són polígons regulars de dos o més tipus i tenen els vèrtexs iguals. Ho són tots els prismes i antiprismes amb cares regulars més tretze políedres especials que varen ser descrits conjuntament per primer cop per

Kepler, malgrat que sembla que Arquímedes els va descobrir. A continuació es mostren aquests tretze sòlids arquimedians tot reproduint una pàgina de l'obra *Harmonices mundi* (1619) de Johannes Kepler¹:



Alguns d'aquests políedres corresponen al truncament dels políedres regulars. Es tracta d'escapçar els vèrtexs d'un políedre regular de manera que s'obtinguin políedres amb totes les cares regulars. Serà necessari (però no suficient) que el pla de tall sigui perpendicular a l'eix de rotació que passa pel vèrtex, de manera que cada vèrtex doni lloc a un polígon regular. Hi haurà dos tipus de truncament segons la profunditat del tall: quan els plans de tall passin pels punts mitjos de les arestes que convergeixen en el vèrtex o quan els plans de tall passin per una distància del vèrtex que faci que cada cara del políedre original es converteixi en un polígon regular de

¹ Imatge extreta del llibre *Mathematics: From the Birth of Numbers* de Jan Gullberg. New York: Ed. W. W. Norton & Company, 1996.

doble nombre de costats. Amb el material que es presenta en aquesta fitxa és força fàcil visualitzar aquests truncaments marcant amb retolador no permanent les seccions sobre les cares. Per exemple, en la segona de les fotografies precedents, es representa l'icosàedre truncat amb plans que no passen pel punt mig de les arestes i, en la tercera fotografia, un cub truncat amb plans que passen pel punt mig de les arestes. A part d'aquesta manera de visualitzar alguns dels sòlids arquimedians, aquest material permet també la construcció amb relativa facilitat de qualsevol políedre semiregular. Naturalment, per fer aquestes construccions, els polígons de les cares hauran de tenir el mateix costat.

Els duals dels sòlids arquimedians foren descrits per primer cop pel matemàtic belga Eugène Charles Catalan (1814 – 1894) per això s'anomenen *políedres de Catalan*. Amb el material que es presenta en aquesta fitxa, tal com fèiem amb els duals dels sòlids platònics, podem visualitzar aquests políedres fent uns petits forats en els centres de les cares dels sòlids arquimedians i, mitjançant una agulla de fer mitja, passar de centre a centre un fil de llana que haurem de deixar tens.

Naturalment amb aquest material podem mostrar els desenvolupaments plans dels políedres desfent algunes de les juntures de les arestes o assenyalar amb retolador seccions sobre la superfície com es veu en la fotografia següent que mostra una secció hexagonal d'un cub:



En tots els casos serà interessant convidar l'alumnat a fer dibuixos del que s'observa.

CONNEXIONS: Educació visual i plàstica. Cristal·lografia. Creativitat.

ALTRES COMENTARIS: Es tracta d'un material didàcticament molt eficient en el sentit que, de manera relativament fàcil, ofereix molts bons resultats en la visualització i l'estudi de políedres. La transparència del material i la

possibilitat de dibuixar sobre les cares permeten estudiar millor certs elements geomètrics. Vaig conèixer aquest recurs gràcies al professor Josep Rey de l'IES Vil·la Romana de La Garriga que és un bon especialista del món dels políedres. Tant la temporització com l'agrupament que hem proposat en el quadre inicial són molt relatius ja que depenen del tipus d'activitats que plantegem. Recomanem dos llibres que són molt interessants per preparar activitats amb aquest material: *El mundo de los poliedros* de Gregoria Guillén (Matemáticas, cultura y aprendizaje núm. 15, Madrid, Ed. Síntesis, 1991) i *Sólidos platónicos y arquimedianos* de Daud Sutton (Barcelona: Oniro, 2005). Cal posar atenció en l'ús de les tisores quan retallem els polígons de les cares.