

IES

Departament de Matemàtiques

Guió d'activitat experimental

CÒNIQUES DOBLEGANT PAPER

Nom: _____ **Curs:** _____ **Grup:** _____ **Data:** _____

Materials:

Tres fulls de paper vegetal, un compàs, un regle i un escaire.

Introducció:

De vegades, amb materials relativament simples s'aconsegueixen resultats sorprenents. Aquest és el cas de la present activitat: tot doblegant paper apareixeran perfils de còniques. És bonic observar com aquestes mateixes figures que ara obtindrem de manera tan senzilla regeixen el moviment dels planetes o les trajectòries de partícules subatòmiques carregades. És l'encant de la generalitat dels models matemàtics!

Objectiu:

Obtenir una el·lipse, una hipèrbola i una paràbola doblegant paper i estudiar algunes de les seves propietats.

Desenvolupament:

1. Preneu un full de paper vegetal i dibuixeu-hi:
 - Una circumferència d'entre 6 cm i 10 cm de radi. Anomenarem C al seu centre.
 - Un punt interior, més aviat allunyat del centre, que anomenarem P.
2. Assenyalau sobre la circumferència diversos punts (uns 30) tan repartits com pugueu.
3. Doblegeu el paper de manera que el punt P se superposi a un dels punts assenyalats. Marqueu bé el séc prement-lo, si ho creieu necessari, amb un objecte dur.
4. Feu l'operació anterior repetidament per a cadascun dels punts que heu assenyalat sobre la circumferència.
5. Observareu que el conjunt de séc delimiten en el seu interior una corba tancada, respecte de la qual cada séc representa una recta tangent. Una corba obtinguda d'aquesta manera s'anomena *envolupant* del conjunt de les rectes que la delimiten.
6. Resseguiu acuradament amb llapis els punts de l'envolupant obtinguda.
7. La corba que acabeu de marcar és una *el·lipse* que té els seus *focus* en els punts P i C. Escolliu quatre punts (A1, A2, A3, A4) sobre l'el·lipse i amideu (tan exactament com pugueu!) les seves distàncies a P i a C. Comprovareu que, llevat

dels errors de mesura, la suma és constant. Us pot ser útil el següent quadre:

Punt	PA	CA	PA + CA
A1			
A2			
A3			
A4			

Tingueu en compte que aquesta comprovació per a quatre punts, malgrat ser una condició necessària, no és una condició suficient per assegurar que la corba és una el·lipse.

8. Podeu fer la comprovació anterior sense prendre mesures, tan sols traslladant amb un compàs els segments PA i CA sobre una mateixa recta, un a continuació de l'altre. Feu-ho i comproveu que, en tots els casos, obteniu la mateixa longitud total.
9. Observeu les el·lipses obtingudes per altres equips i expliqueu de què pot dependre el fet que l'el·lipse resulti més o menys *excèntrica*.
10. Preneu un nou full de paper vegetal i dibuixeu-hi:
 - Una circumferència d'entre 5 cm i 8 cm de radi. Anomenarem C al seu centre.
 - Un punt exterior, no massa allunyat de la circumferència, que anomenarem P.
11. Assenyalau sobre la circumferència diversos punts (uns 30) tan repartits com pugueu i doblegueu, repetidament, el paper de manera que el punt P se superposi cada vegada a un dels punts assenyalats. Marqueu bé el séc.
12. Observareu que l'envolupant del conjunt de sécs és una corba amb dues branques. Repasseu-la acuradament amb llapis.
13. La corba que acabeu de marcar és una *hipèrbola* que té els seus *focus* en els punts P i C. Escolliu quatre punts a cada branca (A1, A2, A3, A4 i B1, B2, B3, B4) i amideu les seves distàncies a P i a C. Comprovareu que la diferència, presa en valor absolut, és constant (llevat d'errors de mesura). Us seran útils els quadres següents:

Punt	PA	CA	PA - CA	Valor absolut
A1				
A2				
A3				
A4				

Punt	PB	CB	PB - CB	Valor absolut
B1				
B2				
B3				
B4				

Observeu que el signe de la diferència depèn de la branca a la qual pertany el punt i tingueu en compte que aquesta comprovació, malgrat ser una condició necessària, no és una condició suficient per assegurar que la corba és una hipèrbola.

14. Podríeu fer la comprovació anterior amb un compàs? Expliqueu com ho faríeu.
15. Preneu un nou full de paper vegetal i dibuixeu-hi:
- Una recta que anomenarem r .
 - Un punt exterior a la recta que anomenarem P .
16. Assenyaleu sobre la recta diversos punts (uns 30) tan repartits com pugueu i doblegueu, repetidament, el paper de manera que el punt P se superposi a cadascun dels punts assenyalats. Marqueu bé el séc. Repasseu acuradament l'envolupant del conjunt de sécs.
17. La corba que acabeu de marcar és una *paràbola* que té per *focus* el punt P i per *directriu* la recta r . Escolliu quatre punts sobre la paràbola (A_1 , A_2 , A_3 i A_4), mesureu les seves distàncies a P i a r (podeu emprar l'escaire) i observeu que coincideixen:

Punt	PA	Distància entre r i A
A1		
A2		
A3		
A4		

Tinguem en compte de nou que aquesta comprovació, malgrat ser una condició necessària, no és una condició suficient per assegurar que la corba és una paràbola.

Observeu quines casualitats: han aparegut totes les còniques, senzillament, doblegant paper! La demostració d'aquestes "casualitats" ja és una altra cosa!

Conclusions:

Expliqueu allò que creieu que heu descobert, allò que heu après, allò que us ha sorprès, allò que no us ha agradat...

Recordeu que cal recollir i desmarcar els materials que heu emprat.