Título: División de los Números Naturales en un Arbol Natural
Autor: Luis R. Morera González

En este artículo introduciremos un algoritmo geométrico para el cociente m ÷ n de números naturales en un árbol natural.

El siguiente algoritmo produce gráficamente la representación binaria del cociente m ÷ n entre dos números naturales $n \leq m$ en un árbol natural.

Algoritmo para la representación binaria de la división

Sea $orb_{jd1}(n) = \{n_0, n_1, n_2, ..., n_{k2}\}$, $orb_{jd1}(m) = \{m_0, m_1, m_2, ..., m_{k3}\}$ las orbitas de n y m respectivamente. Crearé un arreglo binario llamado cociente.

Paso 1:

$m_0 = m$, $n_0 = n$

Paso 2:

Crear la órbita $r = \{r_0, r_1, r_2, ..., n_{k2}\}$, donde los $r_{i's}$ están dados por:

$r_0 = 2^{L(m_0) - L(n_0)} \times n_0$
"Gráficamente r_0 está ubicado $L(m_0) - L(n_0)$ niveles directamente sobre n_0"

$r_1 = 2^{L(m_0) - L(n_0)} \times n_1$
"Gráficamente r_1 está ubicado $L(m_0) - L(n_0)$ niveles directamente sobre n_1"

-
-
-

$r_{k2} = 2^{L(m_0) - L(n_0)} \times n_{k2}$
"Gráficamente r_{k2} está ubicado $L(m_0) - L(n_0)$ niveles directamente sobre n_{k2}"

Paso 3:

Marcar 1 en el bit $L(m_0) - L(n_0)$ del arreglo cociente "C".

Paso 4:

Aplicar el algoritmo de la resta entre m y r "m - r"; el resultado creará una nueva órbita para m

$m = orb_{jd1}(m - r) = \{m_0, m_1, m_2, ..., m_{k3}\}$

Paso 5:

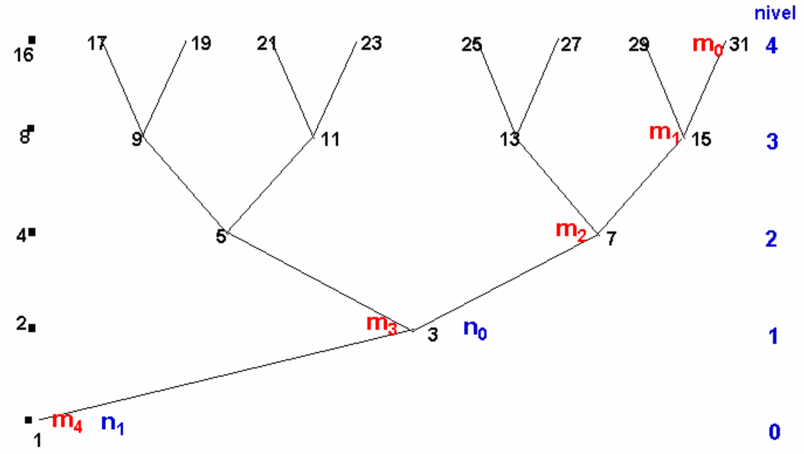
Si $L(m) \geq L(n)$, entonces pasar al **Paso 1**

Si es necesario añadir ceros en el arreglo cociente "C", en los niveles inferiores a n_0. El cociente de la división $m \div n$ está dado por el arreglo cociente encontrado, mientras que el residuo de la división está dado por la representación binaria de m.╡

Utilizaré el algoritmo anterior haciendo todos los pasos, para encontrar la representación binaria de la división $m \div n$, donde $n = 3$ y $m = 31$.

Para esto inicialmente buscamos las orbitas de ambos números, como se muestra en la **Figura 1**.

Figura 1



Utilizando el algoritmo anterior tenemos:

Paso 1:

$m_0 = m = 31$, $n_0 = n = 3$

Paso 2:

Crear la órbita $r = \{r_0, r_1, r_2, ..., n_{k2}\}$, donde los $r_{i's}$ están dados por:

$r_0 = 2^{L(m_0) - L(n_0)} \times n_0 = 2^{4-1} \times 3 = 24$

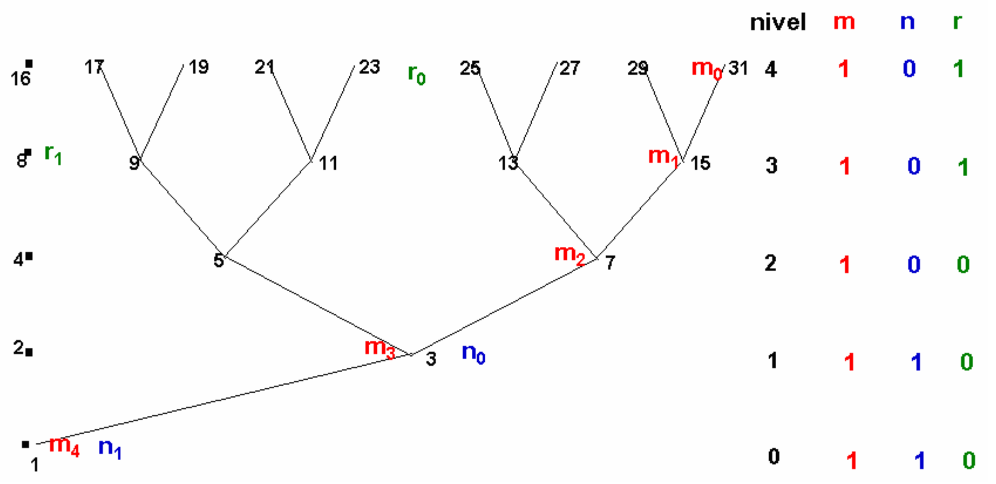
"Gráficamente r_0 está ubicado $L(m_0) - L(n_0) = 3$ niveles directamente sobre $n_0 = 3$"

$r_1 = 2^{L(m_0) - L(n_0)} \times n_1 = 2^{4-1} \times 1 = 8$

"Gráficamente r_1 está ubicado $L(m_0) - L(n_0) = 3$ niveles directamente sobre $n_1 = 1$"

La **Figura 2** muestra las órbitas de m, n y r. Además muestra la representación binaria de m = 31, n = 3 y r = 24.

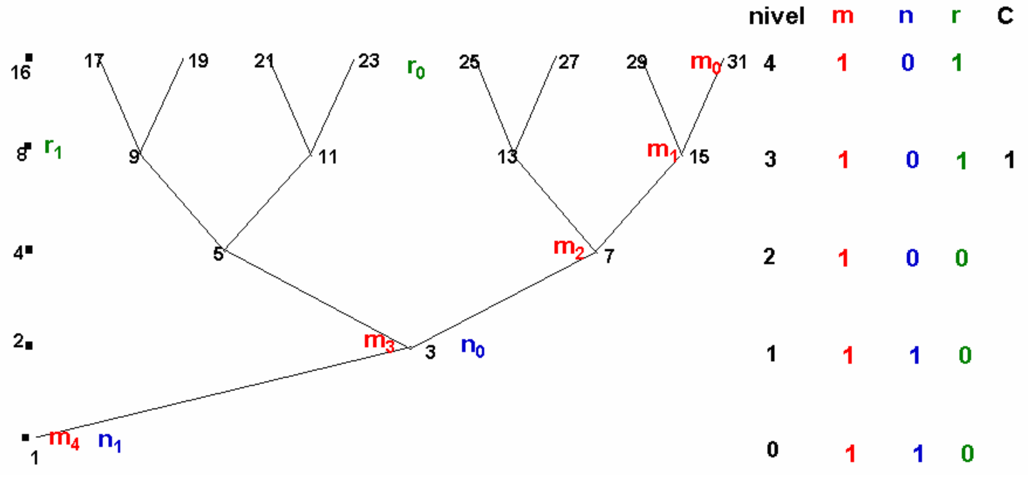
Figura 2



Paso 3:

Marcar 1 en el bit $L(m_0)$ - $L(n_0)$ = 3 del arreglo cociente "C". (ver **Figura 3**)

Figura 3



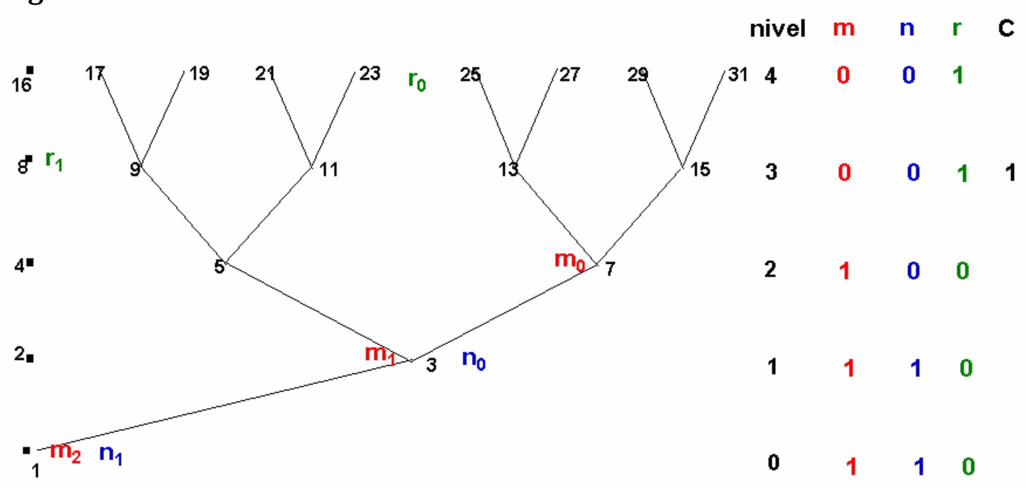
Paso 4:

Aplicar el algoritmo de la resta entre m y r "m – r = 31 – 24 = 7"; el resultado creará una nueva órbita para m

$$m = orb_{jd1}(m - r) = \{m_0, m_1, m_2\} = \{7, 3, 1\}$$

La **Figura 4** muestra la órbita y la representación binaria del nuevo m.

Figura 4



Paso 5:

Como L(7) ≥ L(3), entonces pasar al **Paso 1**

Tenemos que aplicar el algoritmo nuevamente:

Paso 1:

$m_0 = m = 7$, $n_0 = n = 3$

Paso 2:

Crear la órbita $r = \{r_0, r_1, r_2, ..., n_{k2}\}$, donde los $r_{i's}$ están dados por:

$r_0 = 2^{L(m_0) - L(n_0)} \times n_0 = 2^{2-1} \times 3 = 6$

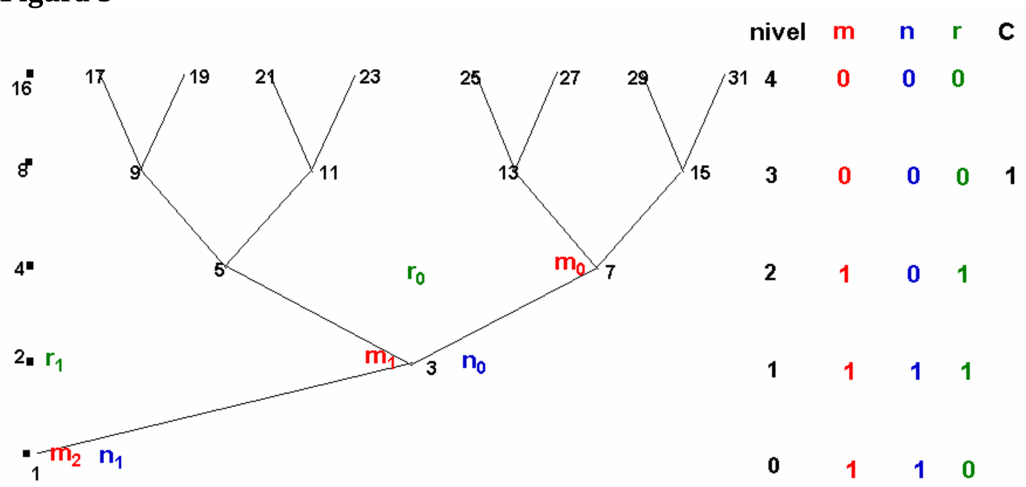
“Gráficamente r_0 está ubicado $L(m_0) - L(n_0) = 1$ niveles directamente sobre $n_0 = 3$”

$r_1 = 2^{L(m_0) - L(n_0)} \times n_1 = 2^{2-1} \times 1 = 2$

“Gráficamente r_1 está ubicado $L(m_0) - L(n_0) = 1$ niveles directamente sobre $n_1 = 1$”

La **Figura 5** muestra las órbitas de m, n y r. Además muestra la representación binaria de m = 31, n = 3 y r = 6.

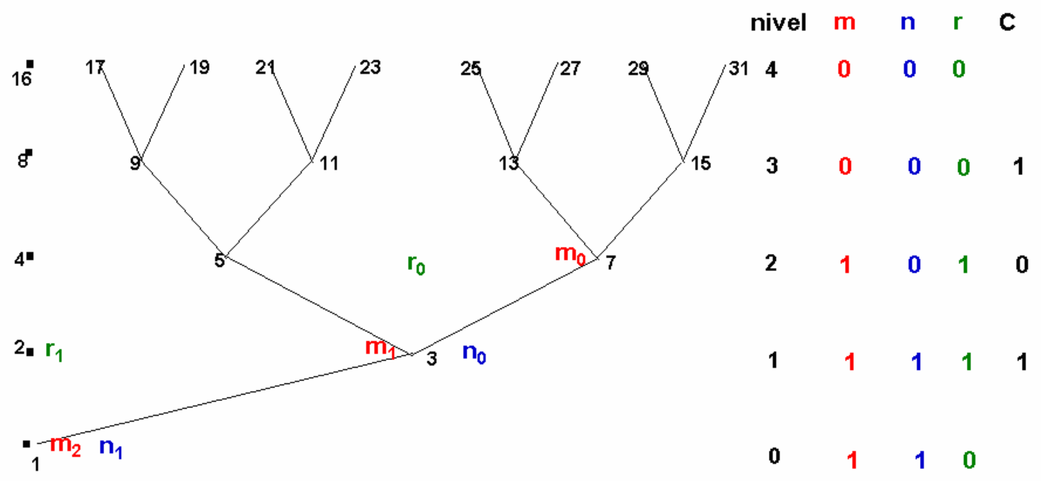
Figura 5



Paso 3:

Marcar 1 en el bit $L(m_0)$ - $L(n_0)$ = 1 del arreglo cociente “C”. (ver **Figura 6**)

Figura 6



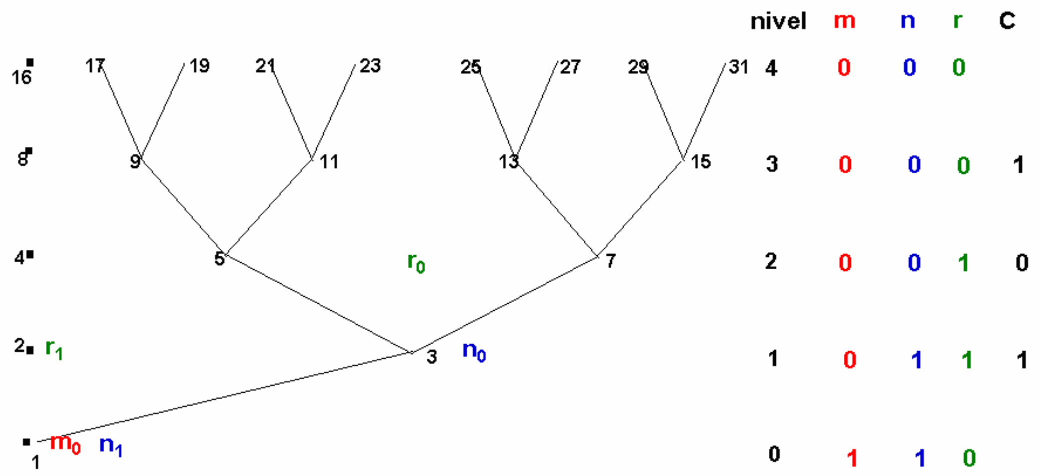
Paso 4:

Aplicar el algoritmo de la resta entre m y r “m – r = 7 – 6 = 1”; el resultado creará una nueva órbita para m

$$m = orb_{jd1}(m - r) = \{m_0\} = \{1\}$$

La **Figura 7** muestra la órbita y la representación binaria del nuevo m.

Figura 7



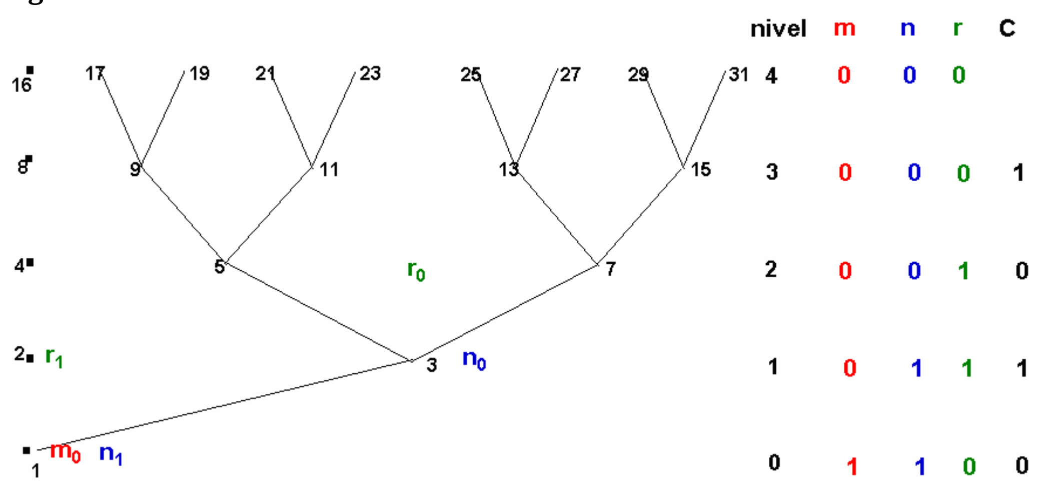
Paso 5:

Como $L(1) \leq L(3)$, entonces termine.

Si es necesario añadir ceros en el arreglo cociente “C”, en los niveles inferiores a n_0.

En este caso hay que añadir un cero en el bit del nivel cero.
(ver **Figura 8**)

Figura 8



El cociente de la división m ÷ n está dado por el arreglo cociente "C" encontrado, mientras que el residuo de la división está dado por la representación binaria de m.

Por lo tanto, $31 \div 3 = 1010_2$; residuo = 1_2.