==

ALGORITMO ITERATIVO PARA EL NUMERO PI

==

El metodo es circunscribir un poligono en una circunferencia y calcular el perimetro de dicho poligono.El perimetro de un poligono que tenga infinitos lados es igual a la longitud de la circunferencia, por lo tanto calculando la longitud de la circunferencia se calcula pi.

La formula es el siguiente algoritmo iterativo.

$$A(n + 1) = A(n) + B(n)$$

$$B(n + 1) = \mathrm{RAIZ}(1 + (A(n) + B(n))^2)$$

los valores iniciales son $A(0) = 1$ y $B(0) = \mathrm{RAIZ}(2)$

El valor 1 de $A(0)$ es igual 1/tangente(pi/4)

El valor RAIZ(2) de $B(0)$ es igual a 1/seno(pi/4)

se toma como valores iniciales de partida una circunferencia que tiene como radio el valor 1. por lo tanto si calculamos el valor de la longitud de la semicircunferencia ese valor sera igual a PI

$$\text{el limite}\left(\frac{2^{(n+2)}}{A(n)} \right)_{n \to \infty} \text{ es igual a PI}$$

DEMOSTRACION

----

si consideramos A(n) igual a 1/tangente(pi/n)

y A(n + 1) igual 1/tangente(pi(2*n))

la demostracion que relaciona A(n) con A(n + 1) es la siguiente

A(n + 1) = A(n) + B(n)

A(n) + B(n) = 1/tangente(pi/n) + 1/seno(pi/n)

que es igual a

$$\frac{\text{coseno(pi/n)}}{\text{seno(pi/n)}} + \frac{1}{\text{seno(pi/n)}}$$

que es igual a

$$\frac{\text{1 + coseno(pi/n)}}{\text{seno(pi/n)}}$$

1 + coseno(pi/n) del numerador es igual a

2 * coseno(pi/(2*n)) * coseno(pi/(2*n))

$$\frac{\text{2 * coseno(pi/(2*n)) * coseno(pi/(2*n))}}{\text{seno(pi/n)}}$$

el seno(pi/n) del denominador de la fraccion es igual a

2 * seno(pi/(2*n)) * coseno(pi/(2*n))

por lo tanto

$$\frac{2 * \text{coseno}(pi/(2*n)) * \text{coseno}(pi/(2*n))}{2 * \text{seno}(pi/(2*n)) * \text{coseno}(pi/(2*n))}$$

dos cosenos uno en numerador y otro en denominador mas el factor 2 se anulan, y lo que queda es igual a

$$\frac{\text{coseno}(pi/(2*n))}{\text{seno}(pi/(2*n))} = 1/\text{tangente}(pi/(2*n))$$

En consecuencia A(n) = 1/tangente(pi/n)

y A(n + 1) = 1/tangente(pi/(2*n))

por lo tanto cada iteracion A(n) calcula el inverso de la tangente que tiene el numero de grados la mitad que la iteracion anterior.

si consideramos B(n) igual a 1/seno(pi/n)

y B(n + 1) igual 1/seno(pi(2*n))

la demostracion que relaciona B(n) con B(n + 1) es la siguiente

B(n + 1) = RAIZ(1 + (A(n) + B(n))^2)

A(n) + B(n) ya hemos visto anteriormente su valor

por lo tanto, todo lo que esta dentro de la raiz es igual a

$$1 + \frac{1}{\text{tangente}(pi/(2*n))^2}$$

y la raiz es igual a

$$\text{RAIZ}\left(\frac{1 + \text{tangente}(\ \text{pi}/(2*n)\ )^2}{\text{tangente}(\ \text{pi}/(2*n)\ )^2} \right)$$

el numerador de la fraccion de la raiz es igual a

$\text{raiz}(\ 1 + \text{tangente}(\ \text{pi}/(2*n))^2\ )$

que es igual al inverso del coseno(pi/(2*n))

el denominador de la raiz es igual a

$\text{RAIZ}(\ \text{tangente}(\ \text{pi}/(2*n)\ )^2\ )$

que es igual a

tangente(pi/(2*n)

por lo tanto la raiz es igual a

$$\frac{\dfrac{1}{\text{coseno}(\ \text{pi}/(2*n)\ )}}{\dfrac{\text{seno}(\ \text{pi}/(2*n)\ )}{\text{coseno}(\ \text{pi}/(2*n)\ )}}$$

que es igual a

$$\frac{1}{\text{seno}(\ \text{pi}/(2*n)\ )}$$

por lo tanto

B(n) es igual a 1/seno(pi/n)

y B(n + 1) es igual 1/seno(pi(2*n))

por lo tanto cada iteracion B(n) calcula el inverso del seno que tiene el numero de grados la mitad que la iteracion anterior.

por lo tanto el inverso de A(n) que es igual a la tangente(pi/n) multiplicado por el numero de veces que aparece en el poligono de 2^p lados, es igual a la longitud del perimetro del poligono de 2^p lados.

y en consecuencia

```
                     2^(n+2)
el limite( ------------------ ) n------>infinito  es igual a  PI
                      A(n)
```

para cualquier consulta contactar con

oteropera@hotmail.com