===

ALGORITMO ITERATIVO PARA EL NUMERO PI

===

El metodo es circunscribir e inscribir unos poligonos en una circunferencia y calcular la longitud del perimetro de dichos poligonos.El perimetro de un poligono que tenga infinitos lados es igual a la longitud de la circunferencia, por lo tanto calculando la longitud de la circunferencia se calcula pi.

La formula es el siguiente algoritmo iterativo.

$$A(n + 1) = \frac{2 * A(n) * B(n)}{A(n) + B(n)}$$

$$B(n + 1) = B(n) * RAIZ\left(\frac{2 * A(n)}{A(n) + B(n)}\right)$$

los valores iniciales son A(0) = 4

y B(0) = 4/RAIZ(2)

El valor 4 de A(0) es igual a 4 * tangente(pi/4)

El valor 4/RAIZ(2) de B(0) es igual a 4 * seno(pi/4)

se considera una circunferencia que tiene como radio el valor 1. por lo tanto si calculamos el valor de la longitud de la semicircunferencia ese valor sera igual a PI

el limite(A(n)) n------>infinito es igual a PI

y

el limite(B(n)) n------>infinito es igual a PI

DEMOSTRACION

---

si consideramos A(n) igual a 2^p * tangente(pi/n)

y A(n + 1) igual a 2^(p+1) * tangente(pi/(2*n))

la demostracion que relaciona A(n) con A(n + 1) es la siguiente

$$A(n + 1) = \frac{2 * A(n) * B(n)}{A(n) + B(n)}$$

el denominador

A(n) + B(n)

es igual a

$$\frac{2^p * \text{seno}(pi/n)}{\text{coseno}(pi/n)} + \frac{2^p * \text{seno}(pi/n)}{1}$$

que es igual a

$$\frac{2^p * \text{seno}(pi/n) + 2^p * \text{seno}(pi/n) * \text{coseno}(pi/n)}{\text{coseno}(pi/n)}$$

que es igual a

$$\frac{(1 + \text{coseno}(pi/n)) * 2^p * \text{seno}(pi/n)}{\text{coseno}(pi/n)}$$

el numerador

$$2 * A(n) * B(n)$$

es igual a

$$\frac{2 * 2^p * \text{seno}(\ pi/n\ ) * 2^p * \text{seno}(\ pi/n\ )}{\text{coseno}(\ pi/n\ )}$$

la fraccion entera es igual a

$$\frac{\dfrac{2 * 2^p * \text{seno}(\ pi/n\ ) * 2^p * \text{seno}(\ pi/n\ )}{\text{coseno}(\ pi/n\ )}}{\dfrac{(\ 1 + \text{coseno}(\ pi/n\ )\ ) * 2^p * \text{seno}(\ pi/n\ )}{\text{coseno}(\ pi/n\ )}}$$

que es igual a

$$\frac{2^p * \text{seno}(\ pi/n\ )}{\dfrac{1 + \text{coseno}(\ pi/n\ )}{2}}$$

que es igual a

$$\frac{2^p * \text{seno}(\ pi/n\ )}{\text{coseno}(\ pi/(2*n)\ ) * \text{coseno}(\ pi/(2*n)\ )}$$

el numerador

$$2^p * \text{seno}(\ pi/n\ )$$

es igual a

2^p * 2 * seno(pi/(2*n)) * coseno(pi/(2*n))

la fraccion es igual a

```
      2^p * 2 * seno( pi/(2*n) ) * coseno( pi/(2*n) )
-------------------------------------------------------------
      coseno( pi/(2*n) ) * coseno( pi/(2*n) )
```

que es igual a

```
     2^(p+1) * seno( pi/(2*n) )
--------------------------------------
        coseno( pi/(2*n) )
```

por lo tanto

A(n) es igual a 2^p * tangente(pi/n)

y A(n + 1) es igual a 2^(p+1) * tangente(pi/(2*n))

por lo tanto cada iteracion A(n) calcula la longitud del perimetro de un poligono circunscrito que tiene el numero de lados el doble que la iteracion anterior.

si consideramos B(n) igual a 2^p * seno(pi/n)

y B(n + 1) igual a 2^(p+1) * seno(pi/(2*n))

la demostracion que relaciona B(n) con B(n + 1) es la siguiente

```
                                    2 * A(n)
B(n + 1) = B(n) * RAIZ(---------------------)
                                  A(n) + B(n)
```

el denominador de la fraccion que esta dentro de la raiz

$$A(n) + B(n)$$

ya se ha visto anteriormente a que es igual

$$\frac{(1 + \text{coseno}(pi/n)) * 2^p * \text{seno}(pi/n)}{\text{coseno}(pi/n)}$$

el numerador

$$2 * A(n)$$

es igual a

$$\frac{2 * 2^p * \text{seno}(pi/n))}{\text{coseno}(pi/n)}$$

la fraccion entera es igual a

$$\frac{\dfrac{2 * 2^p * \text{seno}(pi/n)}{\text{coseno}(pi/n)}}{\dfrac{(1 + \text{coseno}(pi/n)) * 2^p * \text{seno}(pi/n)}{\text{coseno}(pi/n)}}$$

que es igual a

$$\frac{1}{\dfrac{1 + \text{coseno}(pi/n)}{2}}$$

por lo tanto la raiz es igual a

$$\text{RAIZ}\left(\frac{1}{\dfrac{1 + \text{coseno}(pi/n)}{2}}\right) = \frac{1}{\text{coseno}(pi/(2*n))}$$

si el resultado de la raiz la multiplicamos por B(n)

$$B(n) * \frac{1}{\text{coseno}(pi/(2*n))}$$

$$\frac{2^p * \text{seno}(pi/n)}{\text{coseno}(pi/(2*n))}$$

el numerador

$$2^p * \text{seno}(pi/n)$$

es igual a

$$2^{(p+1)} * \text{seno}(pi/(2*n)) * \text{coseno}(pi/(2*n))$$

la fraccion es por lo tanto igual a

$$\frac{2^{(p+1)} * \text{seno}(pi/(2*n)) * \text{coseno}(pi/(2*n))}{\text{coseno}(pi/(2*n))}$$

que es igual a

2^(p+1) * seno(pi/(2*n))

por lo tanto

B(n) es igual a 2^p * seno(pi/n)

y B(n + 1) igual a 2^(p+1) * seno(pi/(2*n))

por lo tanto cada iteracion B(n) calcula la longitud del perimetro de un poligono inscrito que tiene el numero de lados el doble que la iteracion anterior.

por lo tanto

el limite(A(n)) n------>infinito es igual a PI

y

el limite(B(n)) n------>infinito es igual a PI

para cualquier consulta contactar con

oteropera@hotmail.com