
ALGORITMO ITERATIVO PARA EL NUMERO PI

El metodo es inscribir unos poligonos en una circunferencia y calcular la longitud del perimetro de dichos poligonos. El perimetro de un poligono que tenga infinitos lados es igual a la longitud de la circunferencia, por lo tanto calculando la longitud de la circunferencia se calcula pi.

La formula es el siguiente algoritmo iterativo.

$$A(n + 1) = \frac{A(n) * B(n)}{2}$$

$$B(n + 1) = \text{RAIZ}\left(\frac{2 * B(n)}{1 + B(n)}\right)$$

los valores iniciales son $A(0) = 1$

y

$$B(0) = \text{RAIZ}(2)$$

El valor 1 de $A(0)$ es igual al seno($\pi/2$)

El valor $\text{RAIZ}(2)$ de $B(0)$ es igual a $\frac{1}{\text{coseno}(\pi/4)}$

se considera una circunferencia que tiene como radio el valor 1. por lo tanto si calculamos el valor de la longitud de la semicircunferencia ese valor sera igual a PI

el limite($2^{n+1} * A(n)$) $n \rightarrow \infty$ es igual a π

DEMOSTRACION

si consideramos $A(n)$ igual al $\text{seno}(\pi/n)$

y $A(n + 1)$ igual al $\text{seno}(\pi/(2*n))$

la demostracion que relaciona $A(n)$ con $A(n + 1)$ es la siguiente

$$\frac{A(n) * B(n)}{2}$$

es igual a

$$\frac{\frac{\text{seno}(\pi/n)}{1} * \frac{1}{\text{coseno}(\pi/(2*n))}}{2}$$

que es igual a

$$\frac{\text{seno}(\pi/n)}{2 * \text{coseno}(\pi/(2*n))}$$

el numerador

$$\text{seno}(\pi/n)$$

es igual a

$$2 * \text{seno}(\pi/(2*n)) * \text{coseno}(\pi/(2*n))$$

la fraccion entera es igual a

$$\frac{2 * \text{seno}(\pi/(2*n)) * \text{coseno}(\pi/(2*n))}{2 * \text{coseno}(\pi/(2*n))}$$

que es igual a

$$\text{seno}(\pi/(2*n))$$

por lo tanto

$$A(n) \text{ es igual al } \text{seno}(\pi/n)$$

$$\text{y } A(n + 1) \text{ es igual al } \text{seno}(\pi/(2*n))$$

por lo tanto cada iteracion A(n) calcula el seno de un triangulo tiene el numero de grados la mitad que la iteracion anterior.

si consideramos B(n) igual a $\frac{1}{\cos(\pi/n)}$

y B(n + 1) igual a $\frac{1}{\cos(\pi/(2*n))}$

la demostracion que relaciona B(n) con B(n + 1) es la siguiente

$$B(n + 1) = \text{RAIZ}\left(\frac{2 * B(n)}{1 + B(n)}\right)$$

el denominador de la fraccion que esta dentro de la raiz

$$1 + B(n)$$

es igual a

$$1 + \frac{1}{\cos(\pi/n)}$$

que es igual a

$$\frac{1 + \cos(\pi/n)}{\cos(\pi/n)}$$

el numerador

$$2 * B(n)$$

es igual a

$$\frac{2}{\cos(\pi/n)}$$

la fraccion entera es igual a

$$\frac{\frac{2}{\cos(\pi/n)}}{1 + \cos(\pi/n)}$$
$$\frac{2}{\cos(\pi/n) (1 + \cos(\pi/n))}$$

que es igual a

$$\frac{1}{\frac{1 + \cos(\pi/n)}{2}}$$

por lo tanto la raiz es igual a

$$\text{RAIZ}\left(\frac{1}{\frac{1 + \cos(\pi/n)}{2}}\right) = \frac{1}{\cos(\pi/(2*n))}$$

por lo tanto

$$B(n) \text{ es igual a } \frac{1}{\cos(\pi/n)}$$

$$\text{y } B(n + 1) \text{ igual a } \frac{1}{\cos(\pi/(2*n))}$$

por lo tanto cada iteracion B_n calcula el inverso del coseno de un triangulo que tiene el numero de grados la mitad que la iteracion anterior.

si multiplicamos $A(n)$ que es igual al seno de un triangulo, por el numero de veces que aparece en un poligono de p lados, es igual a la longitud del perimetro del poligono de p lados.

por lo tanto

el limite $(2^{n+1} * A(n))$ cuando $n \rightarrow \infty$ es igual a π

para cualquier consulta contactar con

oteropera@hotmail.com