==
ALGORITMO ITERATIVO PARA EL NUMERO PI
==

El metodo es circunscribir e inscribir unos poligonos en una circunferencia y calcular la longitud del perimetro de dichos poligonos.El perimetro de un poligono que tenga infinitos lados es igual a la longitud de la circunferencia, por lo tanto calculando la longitud de la circunferencia se calcula pi.

La formula es el siguiente algoritmo iterativo.

$$A(n + 1) = \frac{A(n)}{1 + A(n) * B(n)}$$

$$B(n + 1) = \mathrm{RAIZ}\left(\frac{2 * A(n) * B(n)}{A(n) * B(n) - 1}\right)$$

los valores iniciales son A(0) = 1

y B(0) = RAIZ(2)

El valor 1 de A(0) es igual a la tangente(pi/4)

El valor RAIZ(2) de B(0) es igual a $\dfrac{1}{\text{seno(pi/4)}}$

se considera una circunferencia que tiene como radio el valor 1. por lo tanto si calculamos el valor de la longitud de la semicircunferencia ese valor sera igual a PI

el limite(2^(n+2) * A(n)) n------>infinito es igual a P

DEMOSTRACION

---

si consideramos A(n) igual a la tangente(pi/n)

y A(n + 1) igual a la tangente(pi/(2*n))

la demostracion que relaciona A(n) con A(n + 1) es la siguiente

$$A(n+1) = \frac{A(n)}{1 + A(n) * B(n)}$$

el denominador

$$1 + A(n) * B(n)$$

es igual a

$$1 + \frac{\text{seno}(\ pi/n\ )}{\text{coseno}(\ pi/n\ )} * \frac{1}{\text{seno}(\ pi/n\ )}$$

que es igual a

$$1 + \frac{1}{\text{coseno}(\ pi/n\ )}$$

que es igual a

$$\frac{1 + \text{coseno}(\ pi/n\ )}{\text{coseno}(\ pi/n\ )}$$

el numerador

$$1 + \text{coseno}(\text{pi}/n)$$

es igual a

$$2 * \text{coseno}(\text{pi}/(2*n)) * \text{coseno}(\text{pi}/(2*n))$$

la fraccion es por lo tanto igual a

$$\frac{2 * \text{coseno}(\text{pi}/(2*n)) * \text{coseno}(\text{pi}/(2*n))}{\text{coseno}(\text{pi}/n)}$$

por lo tanto la fraccion

$$\frac{A(n)}{1 + A(n) * B(n)}$$

es igual

$$\frac{\dfrac{\text{seno}(\text{pi}/n)}{\text{coseno}(\text{pi}/n)}}{\dfrac{2 * \text{coseno}(\text{pi}/(2*n)) * \text{coseno}(\text{pi}/(2*n))}{\text{coseno}(\text{pi}/n)}}$$

que es igual a

$$\frac{\text{seno}(\text{pi}/n)}{2 * \text{coseno}(\text{pi}/(2*n)) * \text{coseno}(\text{pi}/(2*n))}$$

el numerador

seno(pi/n)

es igual a

2 * seno(pi/(2*n)) * coseno(pi/(2*n))

la fraccion entera es igual a

$$\frac{2 * \text{seno}(pi/(2*n)) * \text{coseno}(pi/(2*n))}{2 * \text{coseno}(pi/(2*n)) * \text{coseno}(pi/(2*n))}$$

que es igual a

$$\frac{\text{seno}(pi/(2*n))}{\text{coseno}(pi/(2*n))}$$

por lo tanto

A(n) es igual a la tangente(pi/n)

y A(n + 1) es igual a la tangente(pi/(2*n))

por lo tanto cada iteracion A(n) calcula la tangente de un triangulo que tiene el numero de grados la mitad que la iteracion anterior

si consideramos B(n) igual a $\frac{1}{\text{seno}(pi/n)}$

$$\text{y } B(n+1) \text{ igual a } \frac{1}{\text{seno}(\ pi/(2*n)\ )}$$

la demostracion que relaciona B(n) con B(n + 1) es la siguiente

$$B(n+1) = \text{RAIZ}\left(\frac{2 * A(n) * B(n)}{A(n) * B(n) - 1}\right)$$

el denominador de la fraccion que esta dentro de la raiz

$$A(n) * B(n) - 1$$

es igual a

$$\frac{\text{seno}(\ pi/n\ )}{\text{coseno}(\ pi/n\ )} * \frac{1}{\text{seno}(\ pi/n\ )} - 1$$

que es igual a

$$\frac{1}{\text{coseno}(\ pi/n\ )} - 1$$

que es igual a

$$\frac{1 - \text{coseno}(\ pi/n\ )}{\text{coseno}(\ pi/n\ )}$$

el numerador de la fraccion de la raiz

$$2 * A(n) * B(n)$$

es igual a

$$\frac{2 * \text{seno}(\ pi/n\ )}{\text{coseno}(\ pi/n\ )} * \frac{1}{\text{seno}(\ pi/n\ )}$$

que es igual a

$$\frac{2}{\text{coseno}(\ pi/n\ )}$$

la fraccion que esta dentro de la raiz es igual a

$$\frac{\dfrac{2}{\text{coseno}(\ pi/n\ )}}{\dfrac{1 - \text{coseno}(\ pi/n\ )}{\text{coseno}(\ pi/n\ )}}$$

que es igual a

$$\frac{1}{\dfrac{1 - \text{coseno}(\ pi/n\ )}{2}}$$

por lo tanto la raiz es igual a

$$\mathrm{RAIZ}\left(\frac{1}{\dfrac{1 - \mathrm{coseno}(\, pi/n\,)}{2}}\right) = \frac{1}{\mathrm{seno}(\, pi/(2*n)\,)}$$

por lo tanto

$$B(n) \text{ igual a } \frac{1}{\mathrm{seno}(\, pi/n)}$$

y

$$B(n+1) \text{ es igual a } \frac{1}{\mathrm{seno}(\, pi/(2*n)\,)}$$

por lo tanto cada iteracion B(n) es igual al inverso del seno de un triangulo que tiene el numero de grados la mitad que la iteracion anterior.

si multiplicamos A(n) que es igual a la tangente de un triangulo por el numero de veces que aparece en un poligono de p lados, el resultado el igual a la longitud del perimetro del poligono de p lados.

y por lo tanto

el limite($2^{(n+2)} * A(n)$) n------>infinito es igual a PI

para cualquier consulta contactar con

oteropera@hotmail.com