==

ALGORITMO ITERATIVO PARA EL NUMERO PI

==

El metodo es circunscribir e inscribir unos poligonos en una circunferencia y calcular la longitud del perimetro de dichos poligonos.El perimetro de un poligono que tenga infinitos lados es igual a la longitud de la circunferencia, por lo tanto calculando la longitud de la circunferencia se calcula pi.

La formula es el siguiente algoritmo iterativo.

$$A(n + 1) = \frac{1 + A(n) * B(n)}{B(n)}$$

$$B(n + 1) = \text{RAIZ}\left(\frac{1 - A(n) * B(n)}{2}\right)$$

los valores iniciales son A(0) = 1

y B(0) = RAIZ(1/2)

El valor 1 de A(0) es igual a $\dfrac{1}{\text{tangente}(\ pi/4\ )}$

El valor RAIZ(1/2) de B(0) es igual al seno(pi/4)

se considera una circunferencia que tiene como radio el valor 1. por lo tanto si calculamos el valor de la longitud de la semicircunferencia ese valor sera igual a PI el limite$\left(\dfrac{2^{(n+2)}}{A(n)}\right)$ $n \longrightarrow$ infinito es igual a PI

DEMOSTRACION

---

si consideramos $A(n)$ igual a $\dfrac{1}{\text{tangente}(\,pi/n)}$

y $A(n + 1)$ igual a $\dfrac{1}{\text{tangente}(\,pi/(2*n)\,)}$

la demostracion que relaciona A(n) con A(n + 1) es la siguiente

$$A(n + 1) = \frac{1 + A(n) * B(n)}{B(n)}$$

el numerador

$$1 + A(n) * B(n)$$

es igual a

$$1 + \frac{\text{coseno}(\,pi/n\,)}{\text{seno}(\,pi/n\,)} * \frac{\text{seno}(\,pi/n\,)}{1}$$

que es igual a

1 + coseno(pi/n)

que es igual a

2 * coseno(pi/(2*n)) * coseno(pi/(2*n))

la fraccion entera es igual a

```
      2 * coseno( pi/(2*n) ) * coseno( pi/(2*n) )
-----------------------------------------------------------
                       seno( pi/n )
```

el denominador

seno(pi/n)

es igual a

2 * seno(pi/(2*n)) * coseno(pi/(2*n))

la fraccion es por lo tanto igual a

```
      2 * coseno( pi/(2*n) ) * coseno( pi/(2*n) )
----------------------------------------------------------
      2 * seno( pi/(2*n) ) * coseno( pi/(2*n) )
```

que es igual a

$$\frac{\text{coseno(pi/(2*n))}}{\text{seno(pi/(2*n))}}$$

por lo tanto

$$A(n) \text{ es igual a } \frac{1}{\text{tangente(pi/n)}}$$

$$\text{y } A(n + 1) \text{ igual a } \frac{1}{\text{tangente(pi/(2*n))}}$$

por lo tanto cada iteracion A(n) calcula el inverso de la tangente de un triangulo que tiene el numero de grados la mitad que la iteracion anterior.

si consideramos B(n) igual al seno(pi/n)

y B(n + 1) igual al seno(pi/(2*n))

la demostracion que relaciona B(n) con B(n + 1) es la siguiente

$$B(n + 1) = \text{RAIZ}\left(\frac{1 - A(n) * B(n)}{2}\right)$$

el numerador de la fraccion que esta dentro de la raiz

$$1 - A(n) * B(n)$$

$$1 - \frac{\text{coseno}(pi/n)}{\text{seno}(pi/n)} * \frac{\text{seno}(pi/n)}{1}$$

que es igual a

$$1 - \text{coseno}(pi/n)$$

por lo tanto la raiz es igual a

$$\text{RAIZ}\left(\frac{1 - \text{coseno}(pi/n)}{2}\right) = \text{seno}(pi/(2*n))$$

por lo tanto

B(n) es igual al seno(pi/n)

y B(n + 1) igual al seno(pi/(2*n))

por lo tanto cada iteracion B(n) calcula el seno de un triangulo que tiene el numero de grados la mitad que la iteracion anterior

si multiplicamos el inverso A(n) que es igual a la tangente de un triangulo por el numero de veces que aparece en un poligono de p lados, el resultado es igual a la longitud del perimetro del poligono de p lados.

y por lo tanto

el limite$\left(\dfrac{2^{(n+2)}}{A(n)}\right)$ n------>infinito es igual a PI

para cualquier consulta contactar con

oteropera@hotmail.com