===

ALGORITMO ITERATIVO PARA EL NUMERO PI

===

El metodo es circunscribir e inscribir unos poligonos en una circunferencia y calcular la longitud del perímetro de dichos poligonos.El perimetro de un poligono que tenga infinitos lados es igual a la longitud de la circunferencia, por lo tanto calculando la longitud de la circunferencia se calcula pi.

La formula es el siguiente algoritmo iterativo.

$$A(n + 1) = \frac{2 * A(n)}{1 + A(n) * B(n)}$$

$$B(n + 1) = B(n) * RAIZ\left(\frac{1 + A(n) * B(n)}{2 * A(n) * B(n)}\right)$$

los valores iniciales son A(0) = 4

y B(0) = RAIZ(2)/4

El valor 4 de A(0) es igual a 4 * tangente(pi/4)

El valor RAIZ(2)/4 de B(0) es igual $\dfrac{1}{4 * seno(pi/4)}$

se considera una circunferencia que tiene como radio el valor 1. por lo tanto si calculamos el valor de la longitud de la semicircunferencia ese valor sera igual a PI el limite(A(n)) n------>infinito es igual a PI

y

el limite($\dfrac{1}{B(n)}$) n------>infinito es igual a PI

DEMOSTRACION

si consideramos A(n) igual a 2^p * tangente(pi/n)

y A(n + 1) igual a 2^(p+1) * tangente(pi/(2*n))

la demostracion que relaciona A(n) con A(n + 1) es la siguiente

$$A(n + 1) = \frac{2 * A(n)}{1 + A(n) * B(n)}$$

el denominador

$$1 + A(n) * B(n)$$

es igual a

$$1 + \frac{2^p * \text{seno}(pi/n)}{\text{coseno}(pi/n)} * \frac{1}{2^p * \text{seno}(pi/n)}$$

que es igual a

$$1 + \frac{1}{\text{coseno}(\ pi/n\ )}$$

que es igual a

$$\frac{1 + \text{coseno}(\ pi/n\ )}{\text{coseno}(\ pi/n\ )}$$

el numerador

$$2 * A(n)$$

es igual a

$$\frac{2 * 2\hat{}p * \text{seno}(\ pi/n\ )}{\text{coseno}(\ pi/n\ )}$$

la fraccion entera es igual a

$$\frac{\dfrac{2 * 2\hat{}p * \text{seno}(\ pi/n\ )}{\text{coseno}(\ pi/n\ )}}{\dfrac{1 + \text{coseno}(\ pi/n\ )}{\text{coseno}(\ pi/n\ )}}$$

que es igual a

```
     2 * 2^p * seno( pi/n )
----------------------------------
       1 + coseno( pi/n )
```

el denominador

```
1 + coseno( pi/n )
```

es igual a

```
2 * coseno( pi/(2*n) ) * coseno( pi/(2*n) )
```

el numerador

```
2 * 2^p * seno( pi/n )
```

es igual a

```
2 * 2^p * 2 * seno( pi/(2*n) ) * coseno( pi/(2*n) )
```

la fraccion entera es igual a

```
   2 * 2^p * 2 * seno( pi/(2*n) ) * coseno( pi/(2*n) )
-----------------------------------------------------------------
      2 * coseno( pi/(2*n) ) * coseno( pi/(2*n) )
```

que es igual a

```
   2^(p+1) * seno( pi/(2*n) )
-----------------------------------------
         coseno( pi/(2*n) )
```

por lo tanto

$A(n)$ igual a $2^p * \text{tangente}(\pi/n)$

y $A(n + 1)$ igual a $2^{(p+1)} * \text{tangente}(\pi/(2*n))$

por lo tanto cada iteracion A(n) calcula la longitud del perimetro de un poligono que tiene el numero de lados el doble que la iteracion anterior.

si consideramos B(n) igual a $\dfrac{1}{2^p * \text{seno}(\pi/n)}$

y B(n + 1) igual a $\dfrac{1}{2^{(p+1)} * \text{seno}(\pi/(2*n))}$

la demostracion que relaciona B(n) con B(n + 1) es la siguiente

$$B(n + 1) = B(n) * \text{RAIZ}\left(\frac{1 + A(n) * B(n)}{2 * A(n) * B(n)}\right)$$

el numerador de la fraccion que esta dentro de la raiz

$1 + A(n) * B(n)$

ya se a visto anteriormaente su valor

$$\frac{1 + \text{coseno}(\pi/n)}{\text{coseno}(\pi/n)}$$

el denominador

$$2 * A(n) * B(n)$$

es igual a

$$\frac{2 * 2^p * \text{seno}(\ pi/n\ )}{\text{coseno}(\ pi/n\ )} * \frac{1}{2^p * \text{seno}(\ pi/n\ )}$$

que es igual a

$$\frac{2}{\text{coseno}(\ pi/n\ )}$$

la fraccion entera es igual a

$$\frac{\dfrac{1 + \text{coseno}(\ pi/n\ )}{\text{coseno}(\ pi/n\ )}}{\dfrac{2}{\text{coseno}(\ pi/n\ )}}$$

que es igual a

$$\frac{1 + \text{coseno}(\ pi/n\ )}{2}$$

la raiz es por lo tanto igual a

$$\mathrm{RAIZ}\left(\frac{1 + \mathrm{coseno}(\ \mathrm{pi}/n\ )}{2}\right) = \mathrm{coseno}(\ \mathrm{pi}/(2*n)\ )$$

si el resultado de la raiz lo multiplicamos por B(n)

$$\frac{1}{2^p * \mathrm{seno}(\ \mathrm{pi}/n)} * \frac{\mathrm{coseno}(\ \mathrm{pi}/(2*n)\ )}{1}$$

el denominador

$$2^p * \mathrm{seno}(\ \mathrm{pi}/n)$$

es igual a

$$2^p * 2 * \mathrm{seno}(\ \mathrm{pi}/(2*n)\ ) * \mathrm{coseno}(\ \mathrm{pi}/(2*n)\ )$$

la multiplicacion es por lo tanto igual a

$$\frac{\mathrm{coseno}(\ \mathrm{pi}/(2*n)\ )}{2^p * 2 * \mathrm{seno}(\ \mathrm{pi}/(2*n)\ ) * \mathrm{coseno}(\ \mathrm{pi}/(2*n)\ )}$$

que es igual a

$$\frac{1}{2^{(p+1)} * \mathrm{seno}(\ \mathrm{pi}/(2*n)\ )}$$

por lo tanto

$$B(n) \text{ es igual a } \frac{1}{2^p * \mathrm{seno}(\ \mathrm{pi}/n)}$$

y $B(n + 1)$ es igual a

$$\frac{1}{2^{(p+1)} * \text{seno}(pi/(2*n))}$$

por lo tanto cada iteracion $B(n)$ calcula el inverso de la longitud del perimetro de un poligono inscrito que tiene el numero de lados el doble que la iteracion anterior.

y por lo tanto

el limite($A(n)$) n------>infinito es igual a PI

$$\text{el limite}\left(\frac{1}{B(n)}\right) n \longrightarrow \text{infinito es igual a PI}$$

para cualquier consulta contactar con

oteropera@hotmail.com