
ALGORITMO ITERATIVO PARA EL NUMERO PI

El metodo es circunscribir un poligono en una circunferencia y calcular el perimetro de dicho poligono. El perimetro de un poligono que tenga infinitos lados es igual a la longitud de la circunferencia, por lo tanto calculando la longitud de la circunferencia se calcula pi.

La formula es el siguiente algoritmo iterativo.

$$A(n+1) = \frac{A(n)}{1 + B(n)}$$

$$B(n+1) = \text{RAIZ} \left(1 + \left(\frac{A(n)}{1 + B(n)} \right)^2 \right)$$

los valores iniciales son $A(0) = 1$ y $B(0) = \text{RAIZ}(2)$

El valor 1 de $A(0)$ es igual $\tan(\pi/4)$

El valor $\text{RAIZ}(2)$ de $B(0)$ es igual a $1/\cos(\pi/4)$

se toma como valores iniciales de partida una circunferencia que tiene como radio el valor 1. por lo tanto si calculamos el valor de la longitud de la semicircunferencia ese valor sera igual a PI

el limite $(2^{n+2} * A(n))$ $n \rightarrow \infty$ es igual a PI

DEMOSTRACION

si consideramos $A(n)$ igual a la tangente(π/n)

y $A(n + 1)$ igual a la tangente($\pi(2^n)$)

la demostracion que relaciona $A(n)$ con $A(n + 1)$ es la siguiente

$$A(n + 1) = \frac{A(n)}{1 + B(n)}$$

el denominador de la fraccion

$$1 + B(n)$$

es igual a

$$1 + \frac{1}{\cos(\pi/n)}$$

que es igual a

$$\frac{1 + \cos(\pi/n)}{\cos(\pi/n)}$$

el numerador $A(n)$ es igual a

$$\text{tangente}(\pi/n) = \frac{\text{seno}(\pi/n)}{\cos(\pi/n)}$$

la fraccion entera sera igual a

$$\frac{\frac{\text{seno}(\pi/n)}{\text{coseno}(\pi/n)}}{1 + \text{coseno}(\pi/n)}$$

que es igual a

$$\frac{\text{seno}(\pi/n)}{1 + \text{coseno}(\pi/n)}$$

el denominador de la fraccion

$$1 + \text{coseno}(\pi/n)$$

es igual a

$$2 * \text{coseno}(\pi/(2*n)) * \text{coseno}(\pi/(2*n))$$

$$\frac{\text{seno}(\pi/n)}{2 * \text{coseno}(\pi/(2*n)) * \text{coseno}(\pi/(2*n))}$$

el seno(π/n) del numerador de la fraccion es igual a

$$2 * \text{seno}(\pi/(2*n)) * \text{coseno}(\pi/(2*n))$$

por lo tanto

$$\frac{2 * \text{seno}(\pi/(2*n)) * \text{coseno}(\pi/(2*n))}{2 * \text{coseno}(\pi/(2*n)) * \text{coseno}(\pi/(2*n))}$$

dos cosenos uno en numerador y otro en denominador mas el factor 2 se anulan, y lo que queda es igual a

$$\frac{\text{seno}(\pi/(2*n))}{\text{coseno}(\pi/(2*n))} = \text{tangente}(\pi/(2*n))$$

En consecuencia $A(n) = \text{tangente}(\pi/n)$

y $A(n + 1) = \text{tangente}(\pi/(2*n))$

por lo tanto cada iteracion $A(n)$ calcula tangente de un triangulo que tiene el numero de grados la mitad que la iteracion anterior.

si consideramos $B(n)$ igual a $1/\text{coseno}(\pi/n)$

y $B(n + 1)$ igual $1/\text{coseno}(\pi/(2*n))$

la demostracion que relaciona $B(n)$ con $B(n + 1)$ es la siguiente

$$B(n + 1) = \text{RAIZ}(1 + \left(\frac{A(n)}{1 + B(n)} \right)^2)$$

$$\frac{A(n)}{1 + B(n)}$$

esta fraccion ya hemos visto anteriormente su valor por lo tanto el valor de la raiz sera

RAIZ(1 + tangente($\pi/(2^n)$)²)

que es igual al inverso del coseno($\pi/(2^n)$)

por lo tanto

B(n) es igual a $1/\text{coseno}(\pi/n)$

y B(n + 1) es igual $1/\text{coseno}(\pi/(2^n))$

por lo tanto cada iteracion B(n) calcula el inverso del coseno que tiene el numero de grados la mitad que la iteracion anterior.

por lo tanto la tangente A(n) multiplicado por el numero de veces que aparece en el poligono de 2^p lados, es igual a la longitud del perimetro del poligono de 2^p lados.

y en consecuencia

el limite($2^{(n+2)} * A(n)$) $n \rightarrow \infty$ es igual a PI

para cualquier consulta contactar con

oteropera@hotmail.com