
ALGORITMO ITERATIVO PARA EL NUMERO PI

El metodo es circunscribir un poligono en una circunferencia y calcular el perimetro de dicho poligono. El perimetro de un poligono que tenga infinitos lados es igual a la longitud de la circunferencia, por lo tanto calculando la longitud de la circunferencia se calcula pi.

La formula es el siguiente algoritmo iterativo.

$$A(n + 1) = \frac{(1 + B(n)) * A(n)}{B(n)}$$

$$B(n + 1) = \text{RAIZ}\left(\frac{1 + B(n)}{2}\right)$$

los valores iniciales son $A(0) = 1$ y $B(0) = \text{RAIZ}(1/2)$

El valor 1 de $A(0)$ es igual al inverso de la tangente($\pi/4$)

El valor $\text{RAIZ}(1/2)$ de $B(0)$ es igual al valor del coseno($\pi/4$)

se toma como valores iniciales de partida una circunferencia que tiene como radio el valor 1. por lo tanto si calculamos el valor de la longitud de la semicircunferencia ese valor sera igual a PI

$$\text{el limite}\left(\frac{2^{(n+2)}}{A(n)}\right) \text{ n} \rightarrow \text{infinito} \text{ es igual a PI}$$

DEMOSTRACION

si consideramos $A(n)$ igual a $\frac{1}{\text{tangente}(\pi/n)}$

y $A(n + 1)$ igual a $\frac{1}{\text{tangente}(\pi/(2*n))}$

la demostracion que relaciona $A(n)$ con $A(n + 1)$ es la siguiente

$$A(n + 1) = \frac{(1 + B(n)) * A(n)}{B(n)}$$

uno de los factores del numerador

$$1 + B(n)$$

es igual a

$$1 + \text{coseno}(\pi/n)$$

que es igual a

$$2 * \text{coseno}(\pi/(2*n)) * \text{coseno}(\pi/(2*n))$$

por lo tanto el numerador

$$(1 + B(n)) * A(n)$$

es igual a

$$\frac{2 * \text{coseno}(\pi/(2*n)) * \text{coseno}(\pi/(2*n))}{1} * \frac{\text{coseno}(\pi/n)}{\text{seno}(\pi/n)}$$

la fraccion entera sera igual a

$$\frac{\frac{2 * \text{coseno}(\pi/(2*n)) * \text{coseno}(\pi/(2*n))}{1} * \frac{\text{coseno}(\pi/n)}{\text{seno}(\pi/n)}}{\text{coseno}(\pi/n)}$$

que es igual a

$$\frac{2 * \text{coseno}(\pi/(2*n)) * \text{coseno}(\pi/(2*n))}{\text{seno}(\pi/n)}$$

el denominador

$$\text{seno}(\pi/n)$$

es igual a

$$2 * \text{seno}(\pi/(2*n)) * \text{coseno}(\pi/(2*n))$$

por lo tanto la fraccion sera igual a

$$\frac{2 * \text{coseno}(\pi/(2*n)) * \text{coseno}(\pi/(2*n))}{2 * \text{seno}(\pi/(2*n)) * \text{coseno}(\pi/(2*n))}$$

dos cosenos uno en numerador y otro en denominador mas el factor 2 se anulan y lo que queda es igual a

$$\frac{\text{coseno}(\pi/(2*n))}{\text{seno}(\pi/(2*n))} = \frac{1}{\text{tangente}(\pi/(2*n))}$$

$$\text{En consecuencia } A(n) = \frac{1}{\text{tangente}(\pi/n)}$$

$$\text{y } A(n + 1) = \frac{1}{\text{tangente}(\pi/(2*n))}$$

por lo tanto cada iteracion $A(n)$ calcula el inverso de la tangente de un triangulo que tiene el numero de grados la mitad que la iteracion anterior.

si tomamos el inverso de $A(n)$ que es igual a la tangente de un triangulo, y lo multiplicamos por el numero de veces que aparece en un poligono de 2^p lados, es igual a la longitud del perimetro del poligono de 2^p lados

por lo tanto

el limite($\frac{2^{(n+2)}}{A(n)}$) $n \rightarrow \infty$ es igual a π

el calculo de $B(n)$ es igual a calcular los sucesivos cosenos que tienen la mitad en numero de grados que en la iteracion anterior

para cualquier consulta contactar con

oteropera@hotmail.com