Título: Multiplicación de los Números Naturales en un Arbol Natural
Autor:Luis R. Morera González

En este artículo introduciremos un algoritmo geométrico para el producto n × m de números naturales en un árbol natural.

El siguiente algoritmo produce gráficamente la representación binaria del producto n × m entre dos números naturales en un árbol natural.

Sea $\mathrm{orb}_{jd1}(n) = \{n_0, n_1, n_2, ..., n_{k2}\}$ la órbita de n.

Algoritmo para la representación binaria de la multiplicación

Paso 1:

i_0) $P_0 \leftarrow 2^{L(n_0)} \times m$ “Gráficamente P_0 está ubicado $L(n_0)$ niveles directamente sobre m”

i_1) $P_1 \leftarrow 2^{L(n_1)} \times m$

•

•

•

i_{k2-1}) $P_{k2-1} \leftarrow 2^{L(n_{k2-1})} \times m$

i_{k2}) $P_{k2} \leftarrow 2^{L(n_{k2})} \times m$

El producto está dado por: $m + \sum_{i=0}^{k2-1} P_i = \sum_{i=0}^{k2} P_i$ ╡

Demostración:

Sean n y m dos números naturales en el árbol natural y $\mathrm{orb}_{jd1}(n) = \{n_0, n_1, n_2, ..., n_{k2}\}$ la órbita de n.

Se sabe que:

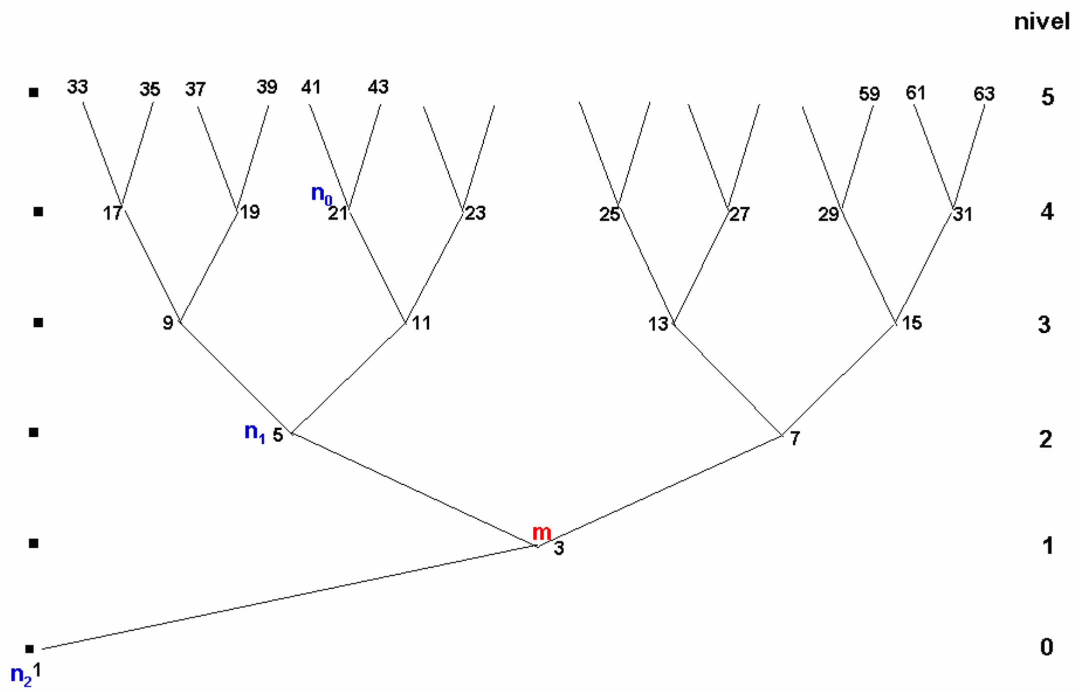
$$n = 2^{L(n_0)} + 2^{L(n_1)} + \ldots + 2^{L(n_{k2})}$$

$$\begin{aligned} n \times m &= (2^{L(n_0)} + 2^{L(n_1)} + \ldots + 2^{L(n_{k2-1})} + 1) \times m \\ &= 2^{L(n_0)} \times m + 2^{L(n_1)} \times m + \ldots + 2^{L(n_{k2-1})} \times m + m \\ &= P_0 + P_1 + \ldots + P_{k2-1} + m \\ &= m + \sum_{i=0}^{k2-1} P_i = \sum_{i=0}^{k2} P_i \quad ╡ \end{aligned}$$

Inicialmente explicaré el algoritmo anterior haciendo todos los pasos, para encontrar la representación binaria del producto de n = 21 y m = 3.

Para esto inicialmente buscamos la orbita de n, como se muestra en la **Figura 1**.

Figura 1



Utilizando el algoritmo anterior tenemos:

Paso 1:

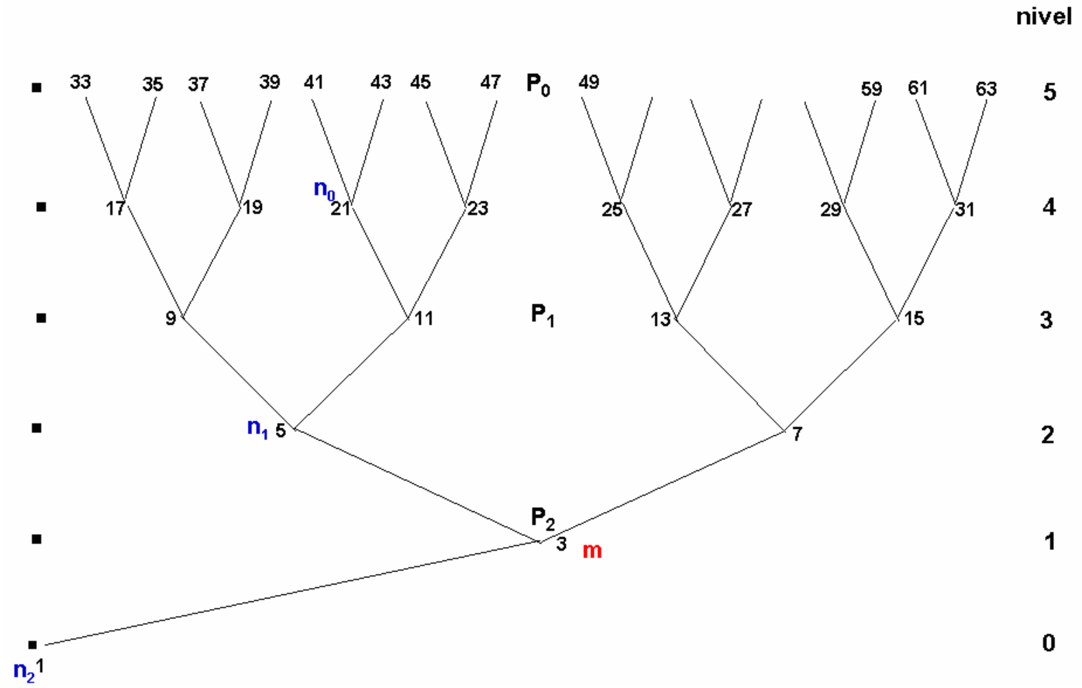
i_0) $P_0 \leftarrow 2^{L(n_0)} \times m = 2^4 \times m$
"Gráficamente P_0 está ubicado $L(n_0) = 4$ niveles directamente sobre $m = 3$"

i_1) $P_1 \leftarrow 2^{L(n_1)} \times m = 2^2 \times m$
"Gráficamente P_1 está ubicado $L(n_1) = 2$ niveles directamente sobre $m = 3$"

i_2) $P_2 \leftarrow 2^{L(n_2)} \times m = 2^0 \times m$
"Gráficamente P_2 está ubicado $L(n_2) = 0$ niveles directamente sobre $m = 3$, esto implica que P_2 esta ubicado en m"

La **Figura 2** muestra las posiciones de los $P_{i's}$.

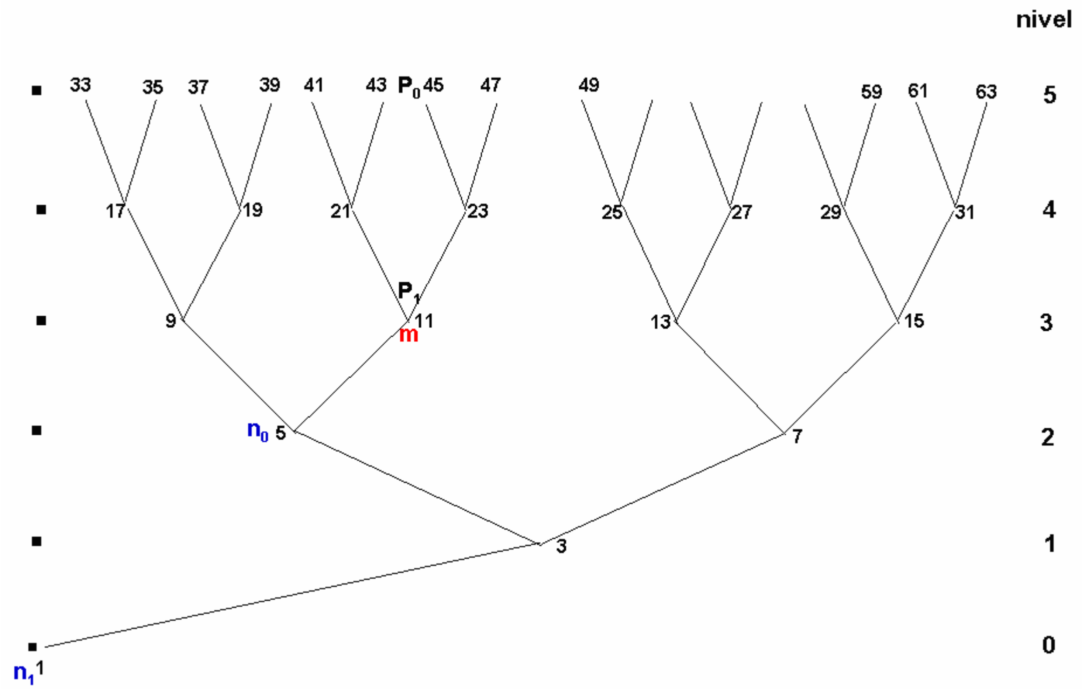
Figura 2



El producto 21 × 3 se determina aplicando el algoritmo de la suma en P_0, P_2 y P_2 “ 21 × 3 = 3 + 12 + 48”.
Al aplicar el algoritmo de la suma obtenemos: 21 × 3 = 111101_2.

La **Figura 3** muestra los $P_{i's}$ para el producto de 5 y 11.

Figura 3



El producto 5×11 se determina aplicando el algoritmo de la suma en P_0 y P_1 " $5 \times 11 = 44 + 11$".
Al aplicar el algoritmo de la suma obtenemos: $5 \times 11 = 110111_2$.