Título: Representación Binaria de la Resta de los Números Naturales
Autor: Luis R. Morera González

En este artículo introduciremos un algoritmo de carácter netamente geométrico para la diferencia m - n de números naturales en un árbol natural.

El siguiente algoritmo produce gráficamente la representación binaria de la diferencia m - n entre dos números naturales en un árbol natural tales que $n \leq m$.

Sea $orb_{jd1}(n) = \{n_0, n_1, n_2, ..., n_{k2}\}$, $orb_{jd1}(m) = \{m_0, m_1, m_2, ..., m_{k2}\}$ las orbitas de n y m respectivamente. Sea (L) = #$\{n_i, m_i, x\}$ en el nivel L, [(L) = 0, 1, 2] donde x es una marca asignada a ciertos niveles los cuales se definen en el siguiente algoritmo.

Algoritmo para la representación binaria de la resta

Paso 1: L = 0

Paso 2:

$$(L) = \begin{cases} 0,2 & \text{Marcar 0 en el bit L de la representación binaria} \\ 1 & \begin{cases} \text{Si es un } m_i \text{ ó } x & \text{Marcar 1 en el bit L de la representación binaria} \\ \text{Si es un } n_j & \begin{cases} \text{i) Marcar 1 en el bit L de la representación binaria} \\ \text{ii) Buscar la primera ocurrencia de m en los niveles superiores de L} \\ \text{iii) Marcar con x aquellos niveles L', intermedios entre } L \text{ y } m_i \ (\text{i.e}, L < L' < m_i) \\ \text{iv) Eliminar dicho } m_i \end{cases} \end{cases} \end{cases}$$

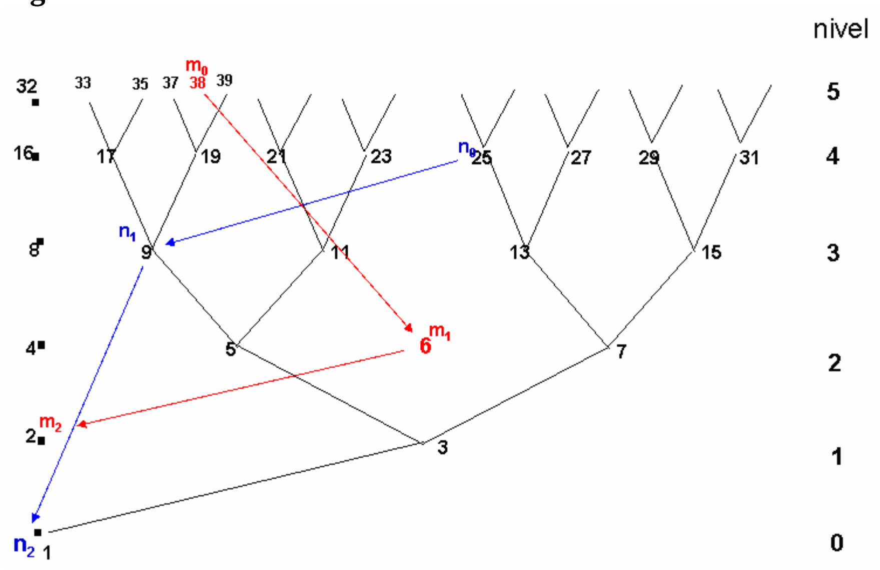
Paso 3: L = L + 1

Paso 4: Si el nivel $L \leq L(m)$, entonces ir al **Paso 2**. En caso contrario se ha encontrado la representación binaria de la sustracción m - n.

Inicialmente explicaré el algoritmo anterior haciendo todos los pasos, para encontrar la representación binaria de la diferencia de m = 38 y n = 25.

Para esto inicialmente buscamos las orbitas de ambos números, como se muestra en la **Figura 1**.

Figura 1

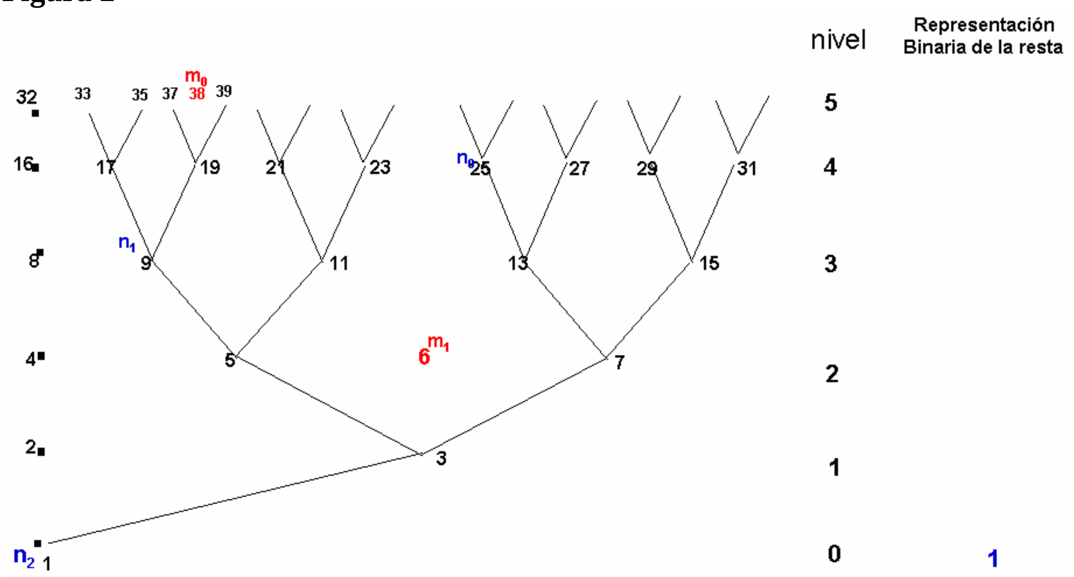


Utilizando el algoritmo anterior tenemos:

Paso 1: L = 0

Paso 2: Como en el nivel L = 0, (L) = 1 y es un n_2:
Marcamos 1 en el bit L de la representación binaria y eliminamos m_2. Como se muestra en la **Figura 2**.

Figura 2

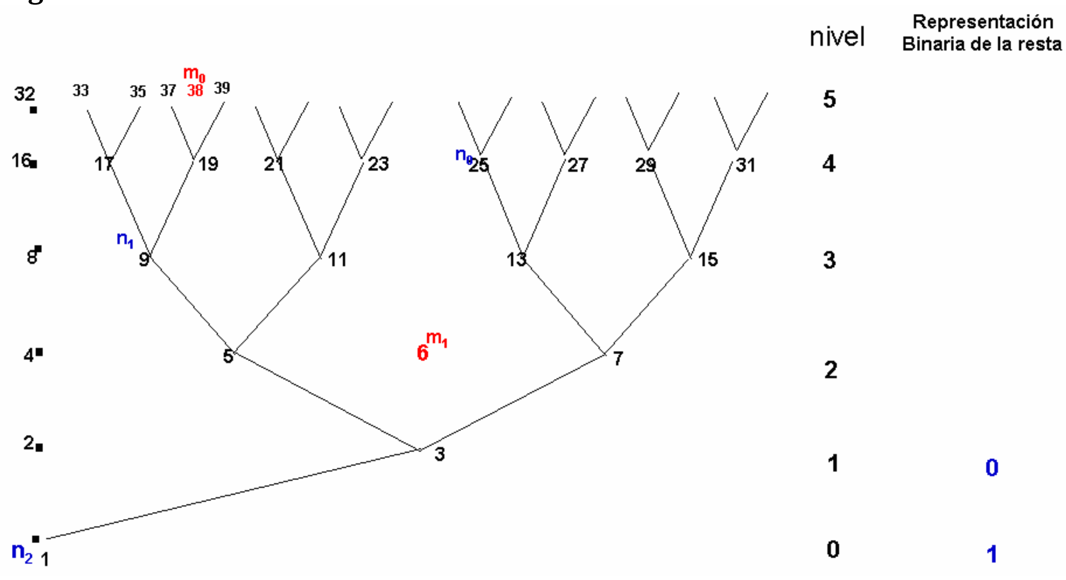


Paso 3: L = L + 1 = 0 + 1 = 1

Paso 4: Como el nivel $L \leq L(m) = 5$, entonces tenemos que ir al **Paso 2**

Paso 2: Como en el nivel L = 1, (L) = 0, marcamos 0 en el bit L de la representación binaria. Como se muestra en la **Figura 3**.

Figura 3

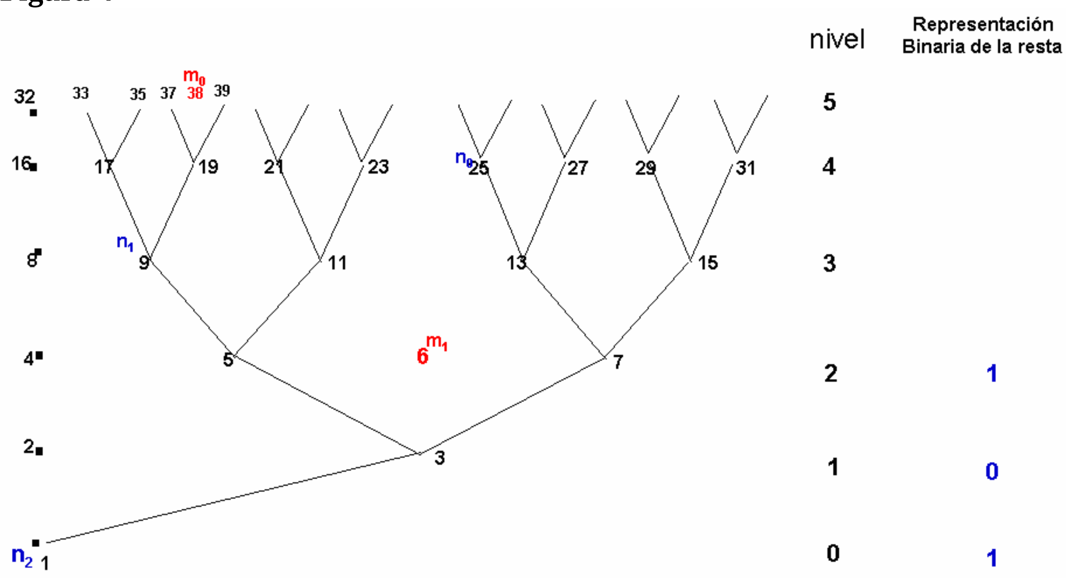


Paso 3: L = L + 1 = 1 + 1 = 2

Paso 4: Como el nivel $L \leq L(m) = 5$, entonces tenemos que ir al **Paso 2**

Paso 2: Como en el nivel L = 2, (L) = 1, marcamos 1 en el bit L de la representación binaria. Como se muestra en la **Figura 4**.

Figura 4

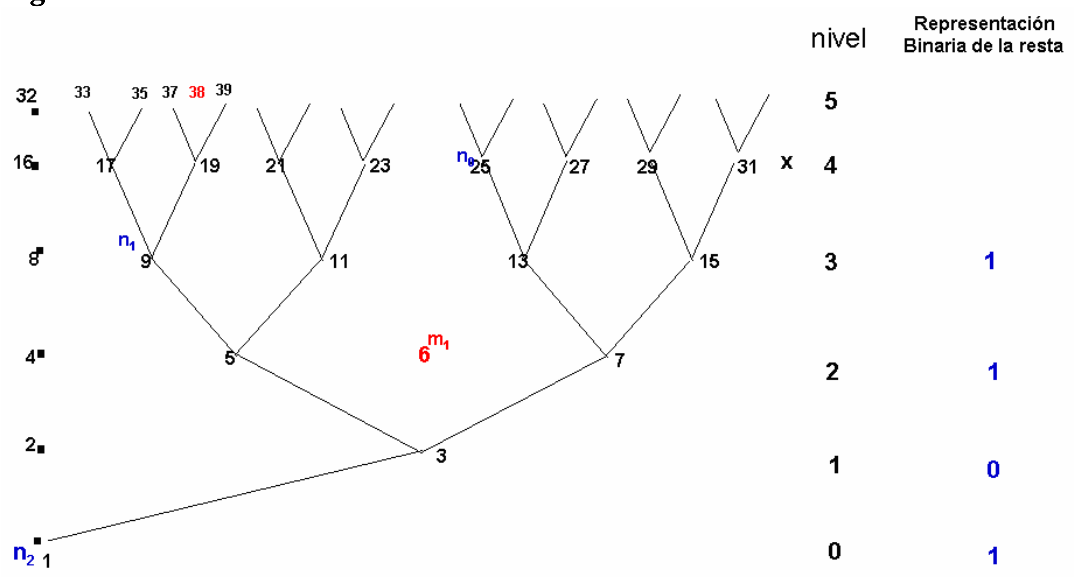


Paso 3: L = L + 1 = 2 + 1 = 3

Paso 4: Como el nivel $L \leq L(m) = 5$, entonces tenemos que ir al **Paso 2**

Paso 2: Como en el nivel L = 3, (L) = 1, marcamos 1 en el bit L de la representación binaria y marcamos x los niveles intermedios L’, además eliminamos m_0. Como se muestra en la **Figura 5**.

Figura 5

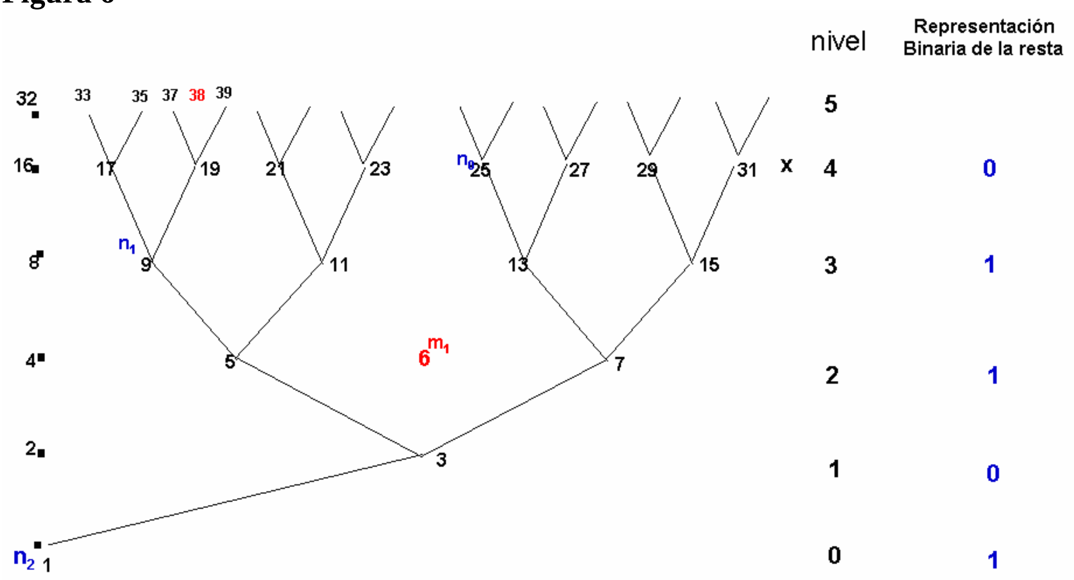


Paso 3: L = L + 1 = 3 + 1 = 4

Paso 4: Como el nivel $L \le L(m) = 5$, entonces tenemos que ir al **Paso 2**

Paso 2: Como en el nivel L = 4, (L) = 2, marcamos 0 en el bit L de la representación binaria. Como se muestra en la **Figura 6**.

Figura 6

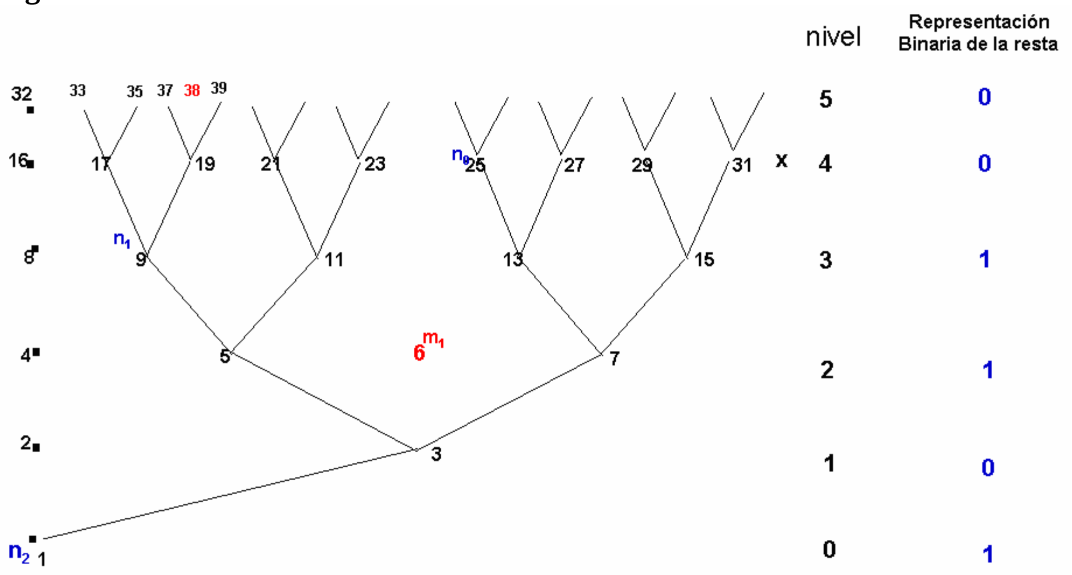


Paso 3: L = L + 1 = 4 + 1 = 5

Paso 4: Como el nivel $L \le L(m) = 5$, entonces tenemos que ir al **Paso 2**

Paso 2: Como en el nivel L = 5, (L) = 0, marcamos 0 en el bit L de la representación binaria. Como se muestra en la **Figura 7**.

Figura 7

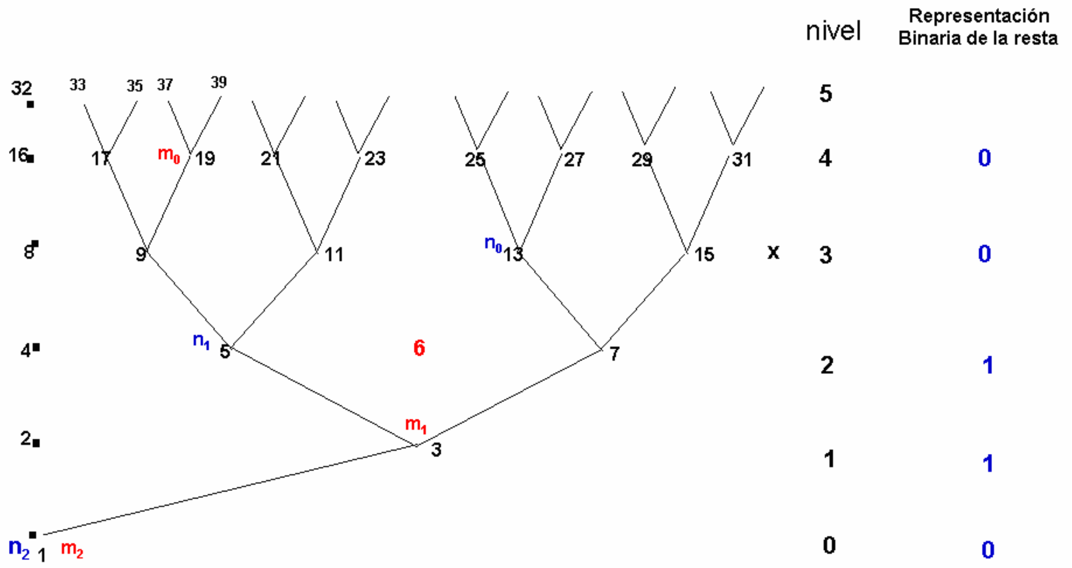


Paso 3: L = L + 1 = 5 + 1 = 6

Paso 4: como L > 5, termino el algoritmo si observas se ha encontrado la representación binaria de la diferencia 38 - 25 =1101_2 .

La **Figura 8** muestra la representación binaria de la diferencia 19 - 13, utilizando el algoritmo.

Figura 8



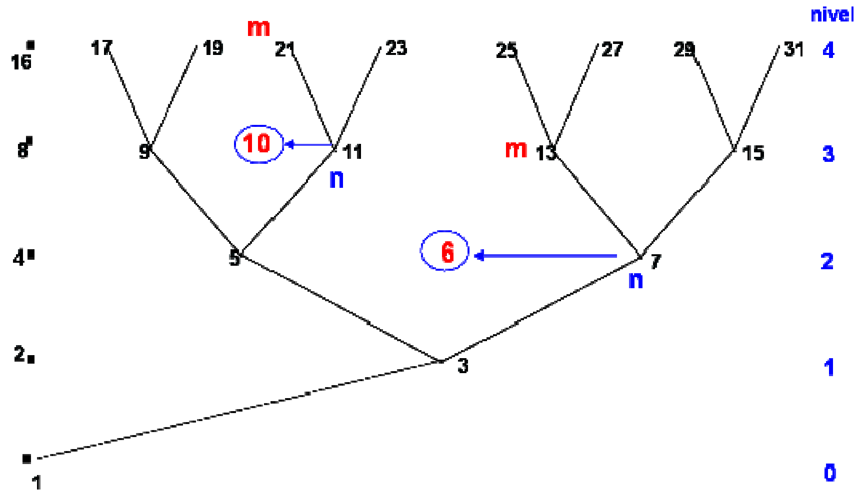
Esto es 19 - 13 = 110_2.

Recuerde que para determinar la resta partimos de la representación binaria de la resta y luego utilizamos el algoritmo de la ubicación estudiado anteriormente.

Observación: Sean n y m dos nodos en el árbol, donde n y m están en la misma rama, el nivel de n es menor al nivel de m, L(n) < L(m).

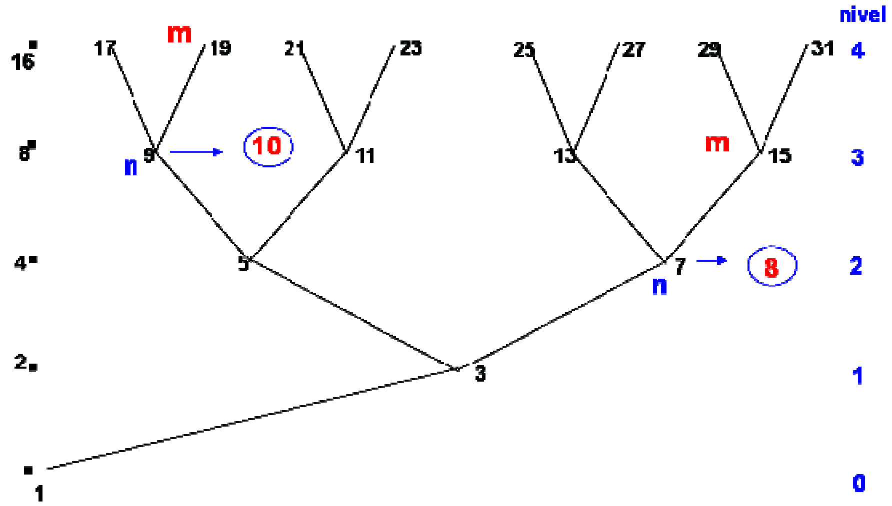
Caso 1: Si L(m) - L(n) = 1 y m está a la izquierda de n, entonces la diferencia entre m y n “m - n”
Se encuentra a la izquierda de n. La **Figura 9** muestra las diferencias, 21 – 11 = 10 y 13 – 7 = 6.

Figura 9:



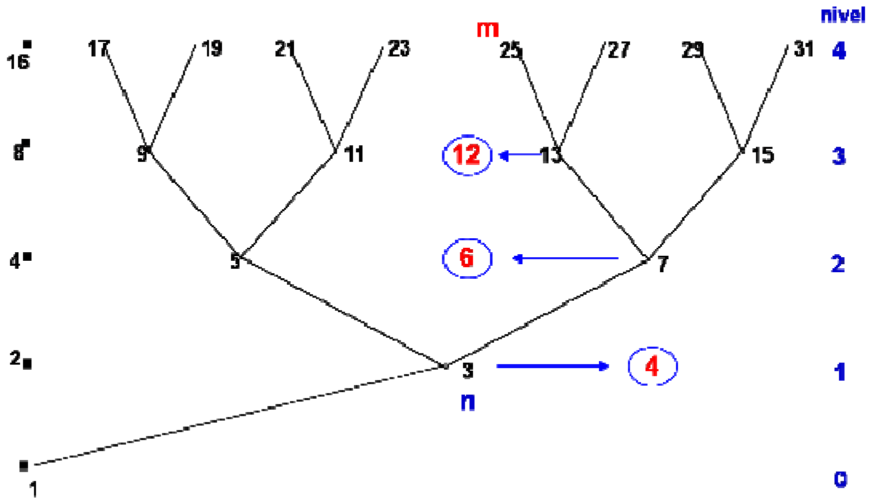
Caso 2: Si L(m) - L(n) = 1 y m está a la derecha de n, entonces la diferencia entre m y n “m - n”
Se encuentra a la derecha de n. La **Figura 10** muestra las diferencias, 19 – 9 = 10 y 15 – 7 = 6.

Figura 10:



Caso 3: Si L(m) - L(n) > 1, entonces la diferencia entre m y n “m - n” se convierte en la suma de restas consecutivas, donde las restas consecutivas son entre nodos de la misma rama con diferencia en nivel 1. La **Figura 11** muestra la diferencia, 25 – 3 = (25 – 13) + (13 – 7) + (7 – 3) = 12 + 6 + 4 = 22.

Figura 11:



Referencias

Un Arbol Natural; Morera González Luis R.

http://www.articuloweb.com/articles.php?art_id=511&start=1

http://www.xtec.es/~bfiguera/indexhis.html

Saltos en un Arbol Natural; Morera González Luis R

http://www.articuloweb.com/articles.php?art_id=513&start=1

http://www.xtec.es/~bfiguera/indexhis.html

Orbitas en un Arbol Natural; Morera González Luis R

http://www.xtec.es/~bfiguera/indexhis.html

Reprersentación binaria de la suma de los números naturales; Morera González Luis R

http://www.xtec.cat/~bfiguera/indexhis.html

Ubicación de un Nodo por su representación Binaria; Morera González Luis R

http://www.xtec.cat/~bfiguera/indexhis.html