HISTÒRIA DE L'ÀLGEBRA: L'EQUACIÓ CÚBICA

Autor: Carlos Fernández Llerena
2n Batxillerat A
9/2/2007
Tutor: David Obrador Sala

ÍNDEX

1. Presentació

El motiu pel qual he escollit el tema del meu treball de recerca sobre equacions és que m'agraden les matemàtiques i a més a més hi tinc facilitat, i la proposta d'un treball sobre equacions em va atraure ràpidament.

Els objectius que em vaig marcar pel treball era entendre el procediment al que varen arribar els matemàtics de l'època en els seus descobriments, i la importància i prestigi que proporcionava el coneixement matemàtic.

El treball ha consistit en la lectura d'un llibre proposat pel meu tutor, i posteriorment en una recerca d'informació sobre el tema, seguit d'un resum de la informació obtinguda i una estructuració dels capítols dels que consta el treball.

Aquest treball consta de diversos capítols; el primer és una breu història de les equacions de menor grau a 3. Després, el segon, conté els mètodes adquirits a la secundària per resoldre les cúbiques. Els altres capítols es centren en la història i en la fórmula de la cúbica. Finalment, una breu biografia del principals personatges i les conclusions.

En quant a dificultats, cal destacar que, degut als compromisos personals del meu tutor, he disposat de menys entrevistes a fi de guiar i adreçar el meu treball. També cal esmentar el fet de que el treball és en català i jo sóc de parla castellana, i el fet d'escriure en català em costa. I també un altre problema ha sigut el fet de que segon de batxillerat costa més que primer i, si a sobre, tens que fer un treball addicional, doncs tens més coses que fer. I finalment, els problemes tècnics sorgits a última hora.

Les fonts consultades han sigut el llibre i pàgines webs recomanades pel meu tutor, a més a més d'una visita que em va guiar per la biblioteca de la facultat de Matemàtiques de la Universitat de Barcelona, i per una altra part, les fonts consultades per mi mateix.

En quant agraïments, donar les gràcies al meu tutor per què s'ha esforçat en animar-me durant el procés de treball i a l'hora de buscar informació per a mi, demostrant a vegades més interès que jo. I per finalitzar agrair a Meritxell Roch, que m'ha ajudat en l'elaboració del treball degut a uns problemes informàtics sorgits a última hora.

2. Història de les equacions polinòmiques

La història de l'àlgebra va començar a l'antic Egipte i Babilònia, on van ser capaços de resoldre equacions lineals ($ax = b$) i quadràtiques ($ax^2 + bx = c$), així com equacions indeterminades com $x^2 + y^2 = z^2$ (l'anomenat teorema de **Pitàgores**), amb diverses incògnites. Els antics babilonis resolien qualsevol equació quadràtica emprant essencialment els mateixos mètodes que avui s'ensenyen. També van ser hàbils de solucionar certes equacions indeterminades.

Els matemàtics alexandrins **Heró** i **Diofant** van continuar amb la tradició d'Egipte i Babilònia, encara que el llibre "Les aritmètiques" de Diofant és de bastant més nivell i presenta moltes solucions sorprenents per a equacions indeterminades difícils. Aquesta antiga saviesa sobre resolució d'equacions va trobar, al seu torn, acollida en el món islàmic, on se li va anomenar "ciència de reducció i equilibri". (La paraula àrab *al-jabr* que significa `reducció', és l'origen de la paraula àlgebra.

En el segle IX, el matemàtic àrab **Al-Kwrism**; va escriure un dels primers llibres àrabs d'àlgebra, una presentació sistemàtica de la teoria fonamental d'equacions, amb exemples i demostracions incloses. A la fi del segle IX, el matemàtic egipci **Abu Kamil** va enunciar i va demostrar les lleis fonamentals i identitats de l'àlgebra, i va resoldre problemes tan complicats com trobar la x, y, z que compleixen $x + y + z = 10$, $x^2 + y^2 = z^2$, i $xz = y^2$.

En les civilitzacions antigues s'escrivien les expressions algebraiques utilitzant abreviatures només ocasionalment; no obstant això, en l'Edat Mitjana, els matemàtics àrabs van ser capaços de descriure qualsevol potència de la incògnita x, i van desenvolupar l'àlgebra fonamental dels polinomis, encara que sense usar els símbols moderns. Aquesta àlgebra incloïa multiplicar, dividir i trobar solucions a arrels quadrades de polinomis, així com el coneixement del teorema del binomi. El matemàtic, poeta i astrònom persa Omar Khayyam va mostrar com expressar les arrels d'equacions cúbiques utilitzant els segments obtinguts per intersecció de seccions còniques, encara que no va ser capaç de trobar una fórmula per a les arrels. La traducció al llatí de l'Àlgebra d' Al-Kwrism va ser publicada al segle XII.

A principis del segle XIII, el matemàtic italià **Leonardo Fibonacci** va aconseguir trobar una aproximació propera a la solució de l'equació cúbica $x^3 + 2x^2 + cx = d$. Fibonacci havia viatjat a països àrabs, pel que amb seguretat va utilitzar el mètode aràbic d'aproximacions successives. Aquest mètode serveix per a substituir una equació del tipus $f(x) = 0$, per una equivalent, $x=g(x)$, definida en la forma $g(x)=f(x)+x$. Per a trobar la solució, es parteix d'un valor inicial x_0 i es calcula una nova aproximació $x_1=g(x_0)$. Es substitueix el nou valor obtingut i es repeteix el procediment. Això dóna lloc a una successió de valors $\{x_0, x_1, x_2 ... x_n\}$que tindrà com a límit la solució del problema.

A principis del segle XVI els matemàtics italians **Scipione del Ferro**, **Tartaglia** i **Girolamo Cardano** van resoldre l'equació cúbica general en funció de les constants que apareixen en l'equació. **Ludovico Ferrari**, alumne de Cardano, aviat va trobar la solució exacta per a l'equació de quart grau i, com a conseqüència, certs matemàtics dels segles posteriors van intentar trobar la fórmula de les arrels de les equacions de cinquè grau i superior. No obstant això, a principis del segle XIX el matemàtic noruec **Abel Niels** i el francès **Évariste Galois** van demostrar la inexistència d'aquesta fórmula.

3. Mètodes per a la resolució d'equacions de tercer grau

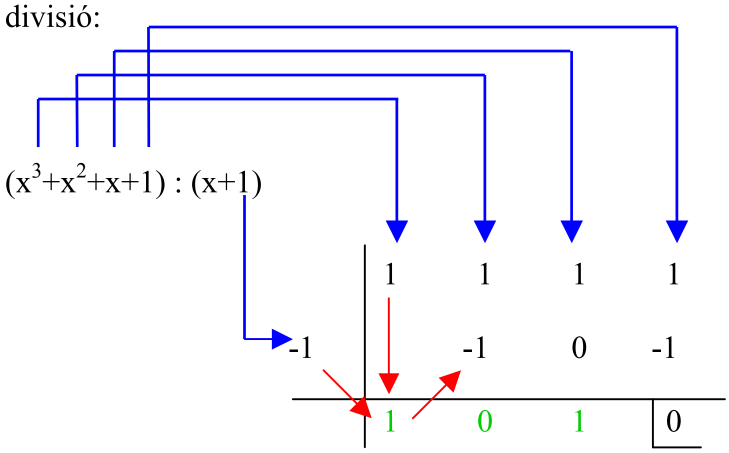
Abans de mostrar com es resolien les equacions antiguament, mostraré els mètodes emprats a la ESO i Batxillerat.

Les equacions a les que faig referència són les de tercer grau, ja que les de primer i segon grau son senzilles, aquesta última amb la fórmula:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

3.1 Teorema de Ruffini:

La regla de Ruffini s'utilitza per dividir polinomis, però només quan el polinomi dividend té com única lletra (variable) la x i el divisor (x - a). Utilitza els coeficients del dividend i el valor de "a", obtenint-se els coeficients del polinomi quocient i el valor de la resta, disposant-se en la forma que es mostra en l'escena següent que presenta la divisió:



El procés que s'ha seguit és el següent:

- En color blau es copien els coeficients ordenats i es situa el terme independent del divisor (x-a) canviat de signe.
- En color vermell, es "baixa" el primer coeficient del dividend i es multiplica "a" pel coeficient baixat i es col·loca el resultat sota segon coeficient (el signe serà positiu si el divisor és del tipus (x-a) i negatiu si el divisor és del tipus (x+a).
- Se suma el segon coeficient amb el resultat anterior.
- Es continua el procés fins a acabar amb els coeficients.

Els nombres de la fila inferior obtinguda, en color verd a la imatge, són els coeficients del quocient (d'un grau menor al dividend) excepte l'últim nombre que és el valor de la resta.

3.2 Teorema del residu:

Aquest mètode serveix per a comprovar la divisibilitat entre 2 polinomis però no ens permet conèixer els coeficients del quocient, només el residu.
Si aquest és 0, la divisió és exacta.
El residu de la divisió del polinomi P(x) entre un polinomi de grau 1 del tipus D(x)=x-a equival al valor numèric que assumeix el polinomi quan en lloc de x es substitueix per el nombre a del dividend.

Exemple: per a determinar la resta de la divisió del polinomi:
$P(x) = 7x^3-2x^2+5x+1$, entre $D(x)=x-3$ polinomi de grau 1
S'obté $P(3)= 7\times 27 - 2\times 9 + 5\times 3 + 1 = 187$
per tant la resta de la divisió val 187.

3.3 Altres mètodes:

Mètode 1: Si tenim l'equació: $x^3-125 = 0$
Tenim que:
$x^3=125$, per tant, **x = 5**
Aquest és un cas d'**equació incomplerta de grau 3 sense terme independent ni quadràtic.**

Mètode 2: Si tenim l'equació: $x^3+2x^2 = 0$
Es treu x^2 com a factor comú d l'equació:
$x^2(x +2)=0$,
per tant, **x=-2 i x=0**
Aquest és un cas d'equació **incomplerta de grau 3 sense terme independent ni lineal.**

3) Si tenim l'equació: $x^3+2x^2+ x = 0$
Es treu x com a factor comú de l'equació:
$x(x^2+ 2x +1)= 0$, on queda una equació de segon grau, que aplicant-hi la fórmula, s'obté que **x = -1** (solució doble) **i x=0**

Aquest és un cas d'equació **incompleta de grau 3 sense terme independent.**

- Si volem elaborar una cúbica amb les 3 solucions que es vol, es fa el mètode invers al abans esmentat:

si volem que les solucions siguin 2,7, -1, s 'agafen com a factors (x-2), (x-7) i (x+1) i es multipliquen i s'obté l'expressió $x^3-8x^2+5x+14$ on l'equació: $x^3-8x^2+5x+14= 0$, té les solucions **x=2, x=7 i x =-1**

4. Història de l'equació cúbica

Els primers matemàtics que van intentar trobar una fórmula per a la resolució de l'equació cúbica van ser **Fibonacci** i **Luca Pacioli**, però només van aconseguir resoldre equacions particulars, a vegades sense cap demostració.
Així, la primera persona que es coneix que va resoldre l'equació de tercer grau és **Scipione del Ferro**, però no va revelar a ningú res respecte el tema.
En el seu llit de mort, del Ferro va confiar el secret al seu alumne **Antonio Maria Fiore,** qui va començar a presumir de poder resoldre equacions de tercer grau i al 1535 va desafiar a **Tartaglia** que al mateix temps estava estudiant el mateix tipus d'equacions, però va descobrir més casos que els que podia resoldre Fiore.
El desafiament consistia en el següent: cada participant havia de dipositar una certa suma de diners davant notari i proposar trenta problemes perquè els resolgués el seu oponent; el que en un termini de 30 dies hagués resolt més problemes s'enduria tot els diners.
Com no s'usaven nombres negatius, hi havia dos tipus d'equacions de tercer grau sense terme quadràtic.

(x3 + mx = n i x 3 = mx + n, amb m > 0 i n > O)

No es considerava com a equació possible $x^3 + mx + n = 0$ ja que aquests matemàtics no treballaven amb nombres negatius, i era impossible que 3 nombres positius sumats resultessin 0.

Es creu que Del Ferro hauria ensenyat a Fiore a resoldre només un dels casos. En aquest desafiament Tartaglia va demostrar el 13 de febrer de 1535 saber com resoldre ambdós casos, sense explicar com ho feia.

En aquest moment entra en la història **Girolamo Cardano**. Com a professor de matemàtiques a Milà estava al corrent dels esdeveniments relacionats amb les cúbiques, però fins a aquest desafiament, creia el que havia plantejat **Pacioli** en el seu llibre ***Summa*** el 1494, on deia que el problema no tenia solució. Va tractar de resoldre el problema però no va poder. Per tant, tenim un personatge convençut que no existia una fórmula per resoldre qualsevol equació cúbica.

Tartaglia, però, va mantenir en secret els seus mètodes. Cardano tractava d'aconseguir que Tartaglia li confiés la fórmula, però aquest es negà en diverses oportunitats. Cardano segueix posant-se en contacte amb Tartaglia tot prometent-li recomanar-lo al governador de Milà, Alfonso d'Avalos. Tartaglia, pensà que aquest podia ser un bon contacte que li permetria obtenir un càrrec a la cort de Milà, i així deixar el seu modest treball a Venècia, replanteja la seva actitud. Així li fa saber a Cardano, qui el convida a la seva casa i li promet una reunió amb d'Avalos.

Al març de 1539 Tartaglia deixà Venècia rumb a Milà. Lamentablement per a Tartaglia, el governador no es trobava a Milà. Tartaglia, després de molta persuasió i amb el compromís de mantenir en secret aquests mètodes,li confia a Cardano. Ho fa en forma de poema, per si arribés a caure en mans d'algú que pogués utilitzar les fórmules i així aconseguir guanyar desafiaments, per exemple.

Aquests son els versos originals que Tartaglia va donar a Cardano:

Quando che'l cubo con le cose appresso
se agguaglia a qualche numero discreto:
trovan dui altri, diferente in esso.

Dapoi terrai, questo per consueto,
che'l loro produtto, sempre sia eguale
al terzo cubo della cose neto;

el residuo poi suo generale,
delli lor lati cubi, ben sottratti
varra la tua cosa principale.

In el secondo, de cotesti atti;
quando che'l cubo restasse lui solo,
tu osserverai quest'altri contratti,

del numer farai due tal part'a volo,
che l'una, in l'altra, si produca schietto,
el terzo cubo delle cose in stolo;

delle quali poi, per commun precetto,
torrai li lati cubi, insieme gionti,
et co tal somma, sará i tuo concetto;

el terzio, poi de questi nostri cónti,
se solve col segundo, se ben guardi
che per natura son quasi congionti.

Questi trovai, et non con pasi tardi
nell mille cinquecent'e quatro e trenta;
con fondamenti ben saldi, e gagliardi;
nella cittá del mar'intorno centa.

Tartaglia retornà a Venècia amb una carta de recomanació per al governador i amb el dubte de si havia fet bé de confiar a Cardano la seva fórmula. Va considerar que va ser pressionat a lliurar-la a canvi de favors polítics.

En 1543, **Cardano** i **Ludovico Ferrari** (un alumne de Cardano) van viatjar a Bolonya a la recerca d'**Antonio della Nave**, el gendre de Del Ferro, i l'apuntador del seu sogre, per a analitzar aquest tema. Segons conta Ferrari, ambdós es van trobar amb della Nave a Bolonya i aquest els va mostrar el manuscrit de Del Ferro on apareix la resolució de l'equació de tercer grau.
Cardano finalment la va publicar en el seu llibre ***Ars Magna*** al 1545. Això va enfurismar a Tartaglia. Al 1546 Tartaglia va publicar el llibre ***Nous problemes i invents*** en el qual explica la seva versió de la història i denuncià que Cardano va actuar de mala fe.
Per a Cardano, hauria estat del Ferro i no Tartaglia el primer a resoldre el tema de l'equació de tercer grau, per això la publica en la seva obra ***Ars Magna***. Cardano sostenia que el que publica és el mètode de el Ferro i no el de Tartaglia.

Sobtadament, en 1548, Tartaglia va rebre una oferta pera fer classes en la seva ciutat natal, Brescia. Però per a demostrar la seva aptitud per al càrrec ha d'anar s Milà a una disputa amb Ferrari sobre l'equació de tercer grau.

El 10 d'agost de 1548 es va produir el debat. Tartaglia pensava guanyar però al cap del primer dia Ferrari va demostrar tenir un major coneixement del tema. Tartaglia decidí abandonar Milà deixant el debat inacabat. Davant aquesta actitud de Tartaglia, Ferrari va ser el guanyador.

5. L'equació cúbica:

En aquest apartat analitzaré una part dels versos que Tartaglia confià a Cardano.

5.1 Els versos de Tartaglia:

Quando che'l cubo con le cose appresso
se agguaglia a qualche numero discreto:
trovan dui altri, diferente in esso.

Dapoi terrai, questo per consueto,
che'l loro produtto, sempre sia eguale
al terzo cubo della cose neto;

el residuo poi suo generale,
delli lor lati cubi, ben sottratti
varra la tua cosa principale.

Els versos que cal destacar son els del primer paràgraf, ja que fan referència a la resolució de l'equació $\mathbf{x^3+px= q}$**,** que ara que es treballa amb nombres negatius engloba tots els tipus d'equacions cúbiques amb les que treballaven els antics matemàtics:

Quando che'l cubo con le cose appresso / se agguaglia a qualche numero discreto: /trovan dui altri, diferente in esso.

El cub es refereix a $\mathbf{x^3}$ i la "cosa apresso" és **px**, que s'iguala a un nombre "discreto" o real positiu:

$\mathbf{x^3+px=q;}$

i dos nombres que difereixen en q; per exemple t i s, de manera que:

$\mathbf{t\text{-}s = q}$

Dapoi terrai, questo per consueto, / che'l loro produtto, sempre sia eguale al terzo cubo della cose neto;

Vol dir que el producte de **t** i **s** és igual al cub del terç del coeficient d **p**:

t s = (p/3)^3

el residuo poi suo generale, / delli lor lati cubi, ben sottratti / varra la tua cosa principale.

Significa que la solució és igual a la diferencia de les seves arrels cúbiques:

x=$\sqrt[3]{t}-\sqrt[3]{s}$

Resolent el sistema d'equacions

$$\left.\begin{array}{l} \mathbf{t\,s = (p/3)^3} \\ \mathbf{t\text{-}s = q} \end{array}\right\}$$

S'aïlla **t** en la segona equació i es substitueix **t** en la primera:

t = s+q; (s+q) s = (p/3)^3

Per tant, s^2 + qs = (p/3)^3

I aplicant la fórmula de segon grau (només es considera la solució positiva, Tartaglia no treballa amb negatius):

$$s=\frac{-q+\sqrt{q^2-4\times1\times\left[-(p/3)^3\right]}}{2\times1} = -q/2+\sqrt{(q/2)^2+(p/3)^3}$$

per tant:

$$t = q + s = q - q/2+\sqrt{(q/2)^2+(p/3)^3} = q/2+\sqrt{(q/2)^2+(p/3)^3}$$

i finalment:

$$x=\sqrt[3]{q/2+\sqrt{(q/2)^2+(p/3)^3}}-\sqrt[3]{-q/2+\sqrt{(q/2)^2+(p/3)^3}}$$

5.2 La demostració de Cardano

Els passos de la resolució són:

- Dividir l'equació inicial pel coeficient a ($a \neq 0$). S'obté:

$(ax^3+bx^2+cx+d)/a = 0$

$x^3+b'x^2+c'x+d'= 0$ amb $b'=b/a$, $c'=c/a$ i $d'= d/a$

- Procedir al canvi d'incògnita $z= x+ b'/3$, per a suprimir el terme quadrat. En efecte, al desenvolupar $(z-b'/3)^3$ amb l'identitat precedent, apareix el terme

  $-b'z^2$, compensat exactament per $b'z^2$ que apareix en $b'(z-b'/3)^2$. S'obté:

  $z^3 + pz + q= 0$, amb p i q números del conjunt del reals.

- Escriure $z= u + v$. Així, l'equació precedent dóna $(u+v)^3 + p(u + v) + q = 0$.

  Desenvolupant: $u^3+3u^2v+3uv^2+v^3+pu+pv+q= 0$.

  Reagrupant: $(u^3+v^3+q) + (3uv^2+3u^2v+pu+pv)=0$.

  Factoritzant: $(u^3+v^3+q) + (u+v)(3uv+p) = 0$.

$3uv+p=0$, que implica $u^3+v^3+q=0$.

Exemple, la equació cúbica:

$x^3+3x^2+27x= 65$

En primer lloc efectua el canvi ,$x= z -1$ a fi d'eliminar el terme quadràtic:

$(z-1)^3 + 3(z-1)^2 + 27(z-1)=65$

Que desenvolupat es:

$z^3+ 24z= 90$

que és una equació del tipus amb p i q nombres positius.
Ara substituïa z per u-v, i suposava relacionats u i v de manera que el seu producte fos la tercera part del coeficient de z. És a dir, en aquest cas:

$u.v=8$.

Per tant: $(u-v)^3 + 24(u-v)= 90$

$u^3-3u^2v+3uv^2-v^3+24u-24v= 90$

com que $u.v= 8$

$u^3-24u+24v-v^3+24u-24v= 90$

$u^3-v^3= 90$

i eliminat v:

$u^3-(8/u)^3= 90$

$u^3-512/u^3= 90$

$u^6-90\,u^3= 512$

Llavors es resol l'equació de segon grau en u^3, i seleccionant la solució positiva:

$$u^3= 45 + \sqrt{45^2-(-512)} = 45+\sqrt{2025+512} = 45+\sqrt{2537}$$

i com que $u^3-v^3= 90$:

$$45+\sqrt{2537} -v^3= 90; \quad v^3= -45+\sqrt{2537}$$

Per tant:

$$x= z-1= u-v-1=\sqrt[3]{45+\sqrt{2537}-\sqrt[3]{-45+\sqrt{2537}}}-1$$

5.3. L’equació cúbica i els nombres complexos. La irreductible

Cardano en la resolució del problema *dividir 10 en dos parts taes quel seu producte valgui 40*

siguin x una part, i 10-x l’altra:

$x(10-x)= 40$;

$10x-x^2=40$ o el mateix:

$x^2-10x+40 = 0$

aplicant la fórmula de segon grau obté com a solucions:

$5+ \sqrt{-15}$ (en la seva notació 5p:Rm:15) i $5- \sqrt{-15}$ (en la seva notació 5m:Rm:15), on p=plus, m = minus.

Aquestes solucions les va considerar inútils, ja que no existeix l’arrel quadrada d’un nombre negatiu. En la resolució d’equacions cúbiques amb la fórmula de Cardano-Tartaglia, a pesar que les arrels són reals, apareixen en els passos intermitjos arrels de nombres negatius. Cardano, quan és conscient d’aquesta situació, li ho comunica a Tartaglia, però aquest tampoc en sap la solució.

Anys més tard apareix la figura de **Bombelli,** que davant d’aquesta situació, segons explica en el seu llibre *Àlgebra*, va tenir una “idea boja”; aquesta era que els radicals podien tenir la mateixa relació que els radicands i operar amb ells, tractant d’eliminar-los després.

En un text posterior en 20 anys utilitza p.d.m. “piu di meno” (+ *i*) per a $\sqrt{-1}$+ i m.d.m (− *i*) para $-\sqrt{-1}$ donant les regles per a operar amb aquests símbols afegint que sempre que apareix una d’aquestes expressions apareix també la seva conjugada com a les equacions de 2º grau que resol correctament.

201

L'ALGEBRA
PARTE MAGGIORE
DELL'ARIMETICA
DI RAFAEL BOMBELLO
BOLOGNESE.

Libro Secondo.

SI marauigliaranno forse alcuni, che contra l'antico uso de Scrittori Italiani, i quali fino à questo giorno hanno scritto di questa scientia dell'Arimetica, quando gli è occorso di trattare di quantità incognita: essi sempre l'hanno nominata sotto questa uoce di (Cosa) come voce commune à tutte le cose incognite, è d'io chiami hora queste quantità (Tanti) ma chi bene considerarà il fatto, conoscerà, che più se le conuiene questa uoce di (Tanto), che di (cosa), perche se diremo (Tanto) è uoce appropriata à quantità di numeri, ilche non si può dire di (cosa) essendo quella uoce uniuersalissima, e cõmune ad ogni sostantia cosi ignota come nota. In oltre io trouo, che Diofante Auttor Greco cosi la noma, il ch'è di non pic

O ciolo

Portada de l’Àlgebra de Bombelli

6. La equació de quart grau

El descobriment de la fórmula pera resoldre aquesta equació s'atribueix a **Ludovico Ferrari**, alumne de Cardano. Aquest va veure que es podia reduir l'equació quadràtica a una de cúbica que ja sabia com resoldre. El mètode següent permet obtenir las quatre solucions de l'equació alhora.

Els passos de la resolució són idèntics als de l'equació de tercer grau:

- Dividir l'equació inicial pel coeficient a ($a \neq 0$). S'obté:

$(ax^4+bx^3+cx^2+dx+e)/a = 0$

$x^4+b'x^3+c'x^2+d'x+e'= 0$ amb $b'=b/a$, $c'=c/a$,$d'= d/a$ i $e'=e/a$

- Procedir al canvi d'incògnita $z= x+ b'/4$, per a suprimir el terme quadrat. En efecte, al desenvolupar $(z-b'/4)^3$ amb l'identitat precedent, apareix el terme

  $-b'z^3$, compensat exactament per $b'z^3$ que apareix en $b'(z-b'/4)^3$. S'obté:

  $z^4 + pz^2 + qz + r= 0$, amb p, q i r números del conjunt del reals.

- Es factoritza l'expressió anterior en $(z^2+ \alpha z + \beta)(z^2- \alpha z + \gamma)$.

Desenvolupant l'expressió;

$$z^4 + \left(\beta + \gamma - \alpha^2\right)z^2 + a\left(y + b\right)z + \beta\gamma = 0$$

i identificant els dos polinomis, obtenim les següents condicions:

$\beta+ \gamma -\alpha^2= p$	(coeficient de x^2)
$\alpha(\gamma- \beta)= q$	(coeficient en x)
$\beta \gamma=r$	(terme constant)

Després d'alguns càlculs on s'igualen les expressions anteriors, tenim que :

$\alpha^6+ 2p \alpha^4 + (p^2-4r) \alpha^2- q^2= 0$

Es una equació de sisè grau, però si s'observa bé, apareixen x^6, x^4 i x^2, per tant, fent el canvi.

$A = \alpha^2$. Llavors:

$A^3 + 2p A^2 + (p\text{-}4r) A^2 - q^2 = 0$, que és una equació de tercer grau i se sap resoldre mitjançant la fórmula abans vista.

Després es troben **α**, **β** y **γ**, i es resolen $(z^2 + \alpha z + \beta) = 0$ i $(z^2 - \alpha z + \gamma) = 0$ i $x = z - b'/4$.

7. Biografies

Girolamo Cardano (Pavía, actual Itàlia, 1501-Roma, 1576)

Matemàtic italià. Al 1536 es va traslladar a Milà, on va començar a exercir com professor de matemàtiques. Al 1539 va publicar la seva primera obra en aquesta matèria, la *Pràctica de matemàtiques i mesuraments individuals*, en la qual va recollir el contingut de les seves classes. Al 1545 va publicar la seva obra científica més important, ***l'Ars magna***, anomenat així ja que recollia tot el saber matemàtic existent fins al moment de ser escrit, on es recull un estudi exhaustiu de les equacions de tercer grau o cúbiques, i en la qual s'ofereix la regla per a la resolució de les mateixes que duu el seu nom.

Altres obres seves d'importància van ser el *Llibre sobre jocs i atzar*, en el qual va oferir la primera aproximació sistemàtica a la teoria de la probabilitat i va enunciar la llei dels grans nombres, que afirma que la freqüència relativa d'un esdeveniment repetit sota les mateixes condicions, quan el nombre d'experiències es fa molt gran (tendeix a infinit), s'estabilitza al voltant d'un valor. Aquest valor és la probabilitat de l'esdeveniment.

Els últims anys de la seva vida van estar plens de desgràcies, des de l'execució a l'any 1560 d'un dels seus fills, acusat d'assassinat, fins a un procés per heretgia pel qual va arribar a ser empresonat (1570). Absolt un any després, però privat del dret de publicar cap obra, es va traslladar a Roma ciutat en la qual va redactar la seva autobiografia *La meva pròpia vida*, que va concloure poc abans de la seva mort, que va ser, segons ell, el dia que ell havia calculat.

Tartaglia (Brescia, actual Itàlia, 1499-Venècia, 1557)

Matemàtic italià. Durant l'ocupació francesa de Brescia el seu pare va ser assassinat i ell mateix va ser donat per mort a causa de les seves greus ferides, una de les quals, un cop de sabre a la mandíbula, li provocaria un defecte en la parla que li valdria el seu àlies (tartaglia, això és, tartamut). D'origen molt humil, la seva família no va poder proporcionar-li cap tipus d'educació, de manera que Tartaglia va haver d'autoformar-se en moltes àrees. Ja adult, es va guanyar la vida com a professor itinerant i a través de la seva participació en concursos matemàtics. En un d'ells es va plantejar la resolució de diverses equacions de la forma $x^3 + px = q$; Tartaglia va aconseguir esbrinar la solució general i va obtenir el premi. Més endavant va revelar el seu mètode a Girolamo Cardano, sota la ferma promesa de mantenir-lo en secret, però aquest va acabar publicant-lo en el seu llibre *Ars magna* de 1545.

Scipione del Ferro (Bolonya,1465 - Bolonya ,1526).
Matemàtic italià. La seva aportació a la història de la Matemàtica està relacionada amb la resolució de l'equació de tercer grau. Es va educar en la Universitat de Bolonya que va ser fundada en el segle XI, que va ser la primera europea.
No s'han conservat escrits de Del Ferro, això és degut a la resistència que tenia a divulgar els seus treballs, ja que preferia comunicar-los a un reduït grup d'alumnes i amics. Tenia un anotador que prenia nota dels seus importants descobriments. Aquest anotador va passar-los al seu gendre, Antonio della Nave, quan Del Ferro va morir en 1526.
Nave, que també es va dedicar a la Matemàtica, el va reemplaçar, quan va morir, en la Universitat de Bolonya.
Els matemàtics en l'època de Del Ferro sabien que el problema de resoldre l'equació general de tercer grau podia reduir-se a $x^3 + mx = n$ i $x^3 = mx + n$, amb $m > 0$ i $n > 0$.
És possible que Del Ferro va treballés sobre aquest tema com a conseqüència d'una visita que va realitzar Pacioli a Bolonya. Pacioli va donar classes a la Universitat de Bolonya entre 1501 i 1502 i va discutir diferents temes matemàtics amb del Ferro. No se sap si van tractar aquest tema, però Pacioli ho va incloure en el seu famós tractat Summa que havia publicat 7 anys abans.

Algun temps després de la visita de Pacioli, Del Ferro havia resolt segur un dels dos casos (potser havia resolt els dos casos). En 1925, examinant manuscrits del segle XVI, apareix que del Ferro dóna un mètode per a resoldre el cas: $3x^3 + 18x = 60$.

8. Bibliografia

Llibres:

- Martín, Francisco; *Las matemáticas en el Renacimiento italiano;* Ed. Nívola, Madrid, 2000

- Bortolotti, Ettore; *L'école mathematique de Bologne;* Bolonya, 1928

- Boyer, Carl B; *Historia de las matemáticas;* 1906

Webs:

-*Historia de las ecuaciones* a "wikipedia"
http://es.wikipedia.org/wiki/Ecuaci%C3%B3n

-*La ecuación de tercer grado* a "wikipedia"
http://es.wikipedia.org/wiki/Ecuaci%C3%B3n_de_tercer_grado

- *La ecuación de cuarto grado* a "wikipedia"
http://es.wikipedia.org/wiki/Ecuaci%C3%B3n_de_cuarto_grado

- García, Alejandro; *Disputas matemáticas* a "Planeta Sedna"
http://www.portalplanetasedna.com.ar/disputas_matematicas.htm

- Sanchís, Miguel Ángel; *Tartaglia frente Cardano* a "Rei"
http://rei.ific.uv.es/rei/index.php/rei/historia_de_la_ciencia/curiosidades_hist_ricas/tartaglia_frente_a_cardano