

F. GRAELL I DENIEL

**ANOTACIONS MARGINALS ALS
PRINCIPIA MATHEMATICA
DE NEWTON**

ESTUDIS DE FILOSOFIA DE LA CIÈNCIA

QUADERNS DE FILOSOFIA

F. GRAELL I DENIEL

**ANOTACIONS MARGINALS ALS
PRINCIPIA MATHEMATICA
DE NEWTON**

ESTUDIS DE FILOSOFIA DE LA CIÈNCIA

14

QUADERNS DE FILOSOFIA

Barcelona 2022

3ª edició juliol de 2022

[2ª edició: gener de 2018
1ª edició: maig de 2003]

© F.Graell i Deniel
ISBN: 84-931608-3-0

www.xtec.cat/~fgraell
www.quadernsdefilosofia.cat
E-mail: fgraell@xtec.cat

Podeu fer ús de l'adreça electrònica per a qualsevol correspondència amb *Quaderns de Filosofia*.

Es prega de tenir en compte sempre de consultar si hi ha una nova edició (que inclou canvis de vegades prou rellevants) en el web esmentat.

CONTINGUT

Pròlegs a la segona i a la tercera edició, 7.
Presentació, 8.

I

EL COS I LA MATÈRIA.

1. La quantitat de matèria en la primera definició dels *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, 9.
2. La noció de cos, 12.
3. A propòsit de la percepció, 13.
4. La percepció de l'or o del cos, 14.
5. Les qualitats perceptives, 15.
6. El cos natural com a ens, 16.
7. Com es compara la subsistència dels cossos, 17.
8. Una accepció de l'ús del mot 'matèria', 18.
9. Es parla de la matèria més enllà d'allò percebut, 20.
10. El cos de la física newtoniana es pot començar a comprendre des del cos amb parts, 20.
11. L'equivalència de la massa inercial i de la massa gravitatòria en els *Principia*, 22.

II

BREUS CONSIDERACIONS ALS AXIOMES I D'ALTRES APUNTS.

1. El principi de la inèrcia, 24.
2. La força impresa, 26.
3. El principi d'acció i de reacció, 29.
4. La força inercial, 31.
5. La velocitat instantània, 32.
6. La quantitat de moviment, 32.

III
A TÍTOL DE RESUM

1. Una quantificació en les nocions físiques, 33.
2. A propòsit de la llei de gravitació universal, 35.

IV
L'ESCOLI ALS PRIMERS LEMES
DEL LLIBRE I DELS *PRINCIPIA*

1. Introducció general, 38.
2. Com interpretar el lema I, 40.
3. Una acceleració constant en els IX i X, 41.

Pròleg a la segona edició

Dels *Principia* de Newton es poden extreure un nombre indefinit de consideracions vàlides per a la filosofia de la ciència, i la seva relectura, com la de tots els clàssics, permet fer aflorar noves perspectives.

La reedició del treball simplifica l'exposició, abandona l'ús de la primera persona del plural i, en conjunt, vol ser més concisa. A més s'ha traduït els textos llatins de l'autor anglès. D'altres canvis no han impedit que l'escrit es mantingués vàlid i que pugui se útil al lector.

D'altra banda s'ha afegit un esment a l'escoli general per als lemes del començament del llibre I. L'interès rau que Newton indicà alguns procediments dels límits, l'estimació dels quals per part del savi anglès convergiria, sembla, amb d'altres ben actuals, cosa que afavoriria de repensar constantment els fonaments d'aquesta important part del càlcul infinitesimal.

Pròleg a la tercera edició

S'ha refet l'apartat dedicat al cos i a la matèria, prou important perquè recull una interpretació de les qualitats; s'ha corregit algun error de comprensió en la força inercial, i s'ha retocat la resta de l'escrit d'acord amb els avenços en els estudis del *Principia* que han dut a la redacció d'altres quaderns.

PRESENTACIÓ

La física gaudeix del monopoli del coneixement natural, juntament amb d'altres disciplines que li són pròpies. Si es vol saber com ocorre un qualsevol esdeveniment, què se'n pot saber, quina quantificació ha estat possible, l'estudiós ha de llançar-se a la tasca física corresponent sense més; per això el conreu de la física honora els homes més il·lustres de tots els camps, i la seva ignorància suposa sovint fàcils unilateralitats.

El present treball es lliura amb la màxima precaució i advertint que vol ser un assaig aproximatiu, que per tant no vol extreure conclusions finals de pràcticament res, la qual cosa val en especial per a la noció de massa o quantitat de matèria. No s'ha pretès formular què era tenint en compte els avenços en aquests camps (com a mínim la teoria de la relativitat i les concepcions revolucionàries de la física quàntica) perquè l'objectiu no rau ara a fer notar quelcom vàlid a l'hora de descabdellar la física quàntica o que valgués com a noció general, sinó alguna cosa infinitament més modesta i de migra horitzó: apropar-se als principis autònoms de la física newtoniana, com sigui que l'estudi de l'abast d'una expressió, i de la seva eficàcia, és sens dubte rellevant.

Aquest primer assaig se l'hauria de continuar amb molts d'altres; no sembla possible de fer filosofia de la ciència a partir de l'estat de la física a principis del segle XXI, com no ho sembla de fer-ho a partir de la matemàtica actual, sinó que cal anar apropant-s'hi, a alguns esdeveniments cabdals de la història de la ciència, no pas per a fer-ne, d'història, sinó per a comprendre què s'hi va fer, i per a emprendre el camí cap a l'avui. S'entrelluca que la tasca d'una investigació es perllongarà més i més d'acord amb el ventall de la disciplina natural i el seu progrés, que sembla indefinit. Hi ha doncs treball per a tothom, i cal el coratge dels uns i dels altres tant per a conrear els estudis físics (i matemàtics), com per a fer-hi present les preguntes escaients.

I

EL COS I LA MATÈRIA

L'esment newtonià d'un cos i d'una matèria suposa, sembla, que se sàpiga prèviament què es un cos o què és la matèria, àdhuc en un sentit precientífic. Llavors es pot provar una primera aproximació de camí cap a la massa que no entri en contradicció, no sols amb la manera de definir-la de l'anglès, sinó tampoc amb d'altres aportacions posteriors.

1. La quantitat de matèria en la primera definició dels *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* .

Els *Principia* comencen amb la definició de massa o cos, sens dubte una de les aportacions més transcendents del geni newtonià.

«Definició I. *La quantitat de matèria és una mesura seva que surt conjuntament de la seva densitat i magnitud.*

L'aire amb una densitat doble, en un espai també doble, és quàdruple; en un triple, sèxtuple. S'entén el mateix de la neu i de les pólvores condensades per compressió o líquüefacció. I és semblant la raó de tots els cossos que, per causes cadascuna a la seva manera, es condensen. Tot i això aquí no faig cap esment del mitjà que s'escampa lliurement pels intersticis de les parts. Entenc, però, aquesta quantitat amb el nom de cos o massa en tot el que segueix. La massa es fa conèixer pel cos i pel seu pes: perquè es troba proporcional al pes per experiments amb pèndols fets amb molta cura, com s'ensenyarà més endavant»¹.

Val la pena de notar com s'hi enfoca la qüestió: el cos o massa és la quantitat de matèria; hi ha doncs *matèria*, que es

¹ Traduïm els *Principia* des de la tercera edició. És prou coneguda l'edició d'Alexandre Koyré i I. Bernard Cohen, amb l'assistència d'Anne Witman, *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica: the third edition 1726 with variant readings*, Cambridge Mass., Harvard University Press, 1972.

mesura per la *magnitud* i per la *densitat*; l'aire contingut en un volum doble té una massa doble, la neu compresa en un volum doble té una massa doble, conté doble quantitat de matèria, i semblantment es podria dir que un volum doble de plom, de ferro, etc., conté una massa doble, és un cos doble, té doble matèria. L'enfocament newtonià – l'*exposició* que fa l'anglès – parteix d'un context que es comprèn molt bé: els cossos són plurals, i no s'aventura la igualtat de matèria per la igualtat de volum, com es veu perfectament quan un volum de neu té la mateixa matèria – ha de ser *el mateix cos* – que el volum menor que brolla de la seva líquefacció, i en general es comprova en tots els canvis d'estat dels cossos i en les seves compressions. D'aquí que la quantitat de matèria, la massa o el cos que hi ha, depengui també de la *densitat*, i no solament del volum.

Que l'or contingui doncs una massa doble en dos volums expressa quelcom obvi: que hi ha més cos quan més se n'agafa. D'altra banda es parla en principi d'un fum dens quan no hi deixa veure, d'un líquid dens quan és viscos, d'una barra d'acer densa perquè és compacta; i «més dens», aquí, no és una relació quantitativa, sinó una relació des d'individus diferents (com «més roig», «més veloç»), a més a més del fet que es defineix la densitat – en una segona accepció – per la relació de massa i volum: d'aquí que s'hagi dit que la definició de cos de Newton és un cercle viciós.

Certament es pot defensar que hi ha un cercle viciós en la definició de la quantitat de matèria, quan és difícil de saber com l'aire pot tenir una densitat doble sense saber-ne la relació de masses i el volum. És clar que es podria llegir el text d'una manera diferent, a tall d'una presentació del que es vol parlar: sabent que hi ha coses més denses que les altres (en un ús lax de 'dens'), i podent *pesar* aquestes coses, per tant comparar dos o més coses més o menys denses amb una altra de referència (que fa de mesura), llavors semblaria que la quantitat de matèria dependria del pes de l'una i de l'altra respecte d'una tercera, pesos que podrien ser diferents o iguals, mentre les coses ocupen un volum

diferent o igual (per tant podria veure-s'hi una densitat tant en l'accepció laxa del mot com en una de més específica), i tot plegat dependria de la quantitat de volum que s'hi comptés. Una tal interpretació del text té l'avantatge que assumeix el tarannà exemplificador de la definició.

Perquè es podria avaluar que Newton no provava tant de lliurar, posem per cas, una definició essencial aristotèlica com de fer palès què entenia per quantitat de matèria, massa o cos.

No deuria pensar que la massa fos una constant de proporcionalitat de tal manera que no fos pròpiament d'alguna cosa, sinó que hauria establert que era quelcom de l'aire, de la neu, de l'or.

Si més no fou Newton qui establí la proporcionalitat de masses i pesos. Mantinguem que, per a ell, la massa fos quelcom propi d'una cosa. ¿Té llavors algun sentit de veure que la quantitat de matèria és de l'aire, de l'aigua, de l'or? Per a entendre'ns: ¿se li pot adjudicar alguna significació al marge d'una quantitat? Es pot assumir que Newton ho cregué: el mateix ús de 'quantitat de *matèria*' sembla voler entomar matèria, l'ús del mot 'cos' sembla bandejar més aviat els esperits², al marge de l'ordre d'exemples que estableix la definició i que exclou de copsar sols la massa com una constant de proporcionalitat.

Repetim la pregunta: ¿hi ha alguna significació més enllà de la quantitat per a la massa? Què poden tenir en comú (en l'accepció d'igual o d'equiparable) l'or, l'aire, etc.? Si no són les qualitats que s'és capaç de discernir, sembla que s'hagi de circumscriure a afirmar que són, tots, cossos, en l'accepció d'individus naturals, d'ens naturals. Es defensaria que el text usa 'matèria' com podria usar 'ens natural', i de fet usa 'quantitat de matèria' com usa 'cos', però 'cos', en una altra accepció, s'usa

² L'ús del mot 'massa' es troba relacionat sens dubte amb l'ús del mot en llatí, en l'accepció d'una pila o d'un munt, d'una pasta, de tot objecte formant un bloc, i que es conserva en les llengües romàniques quan parlem de la massa preparada d'una coca, per exemple. Sense aquest rerefons Newton no l'hauria usat com usa 'cos' o 'quantitat de matèria'.

com 'individu natural'. Hi hauria doncs prou contactes implícits entre l'ús de 'quantitat de matèria', 'quantitat d'ens natural', '(quantitat de) massa', '(quantitat de) cos', i potser d'altres.

2. La noció de cos.

1. El que passa és que això ens hauria de provocar la cerca d'alguna troballa que deixés pas a un apropament al cos dins d'aquests contextos (és obvi que el mot «cos» té múltiples significacions), al cos com a quantitat limitada de matèria.

Comparem doncs la noció que s'hi estableix de cos i la de cos natural, i repassem una mica tot plegat per a veure com cal enfilem les unes qüestions amb les altres, i si tot és el mateix o no ho és.

Es podria estimar que, el cos essent la quantitat de matèria, l'ús del mot 'cos' s'hauria d'estudiar a partir de l'ús del mot 'quantitat' i del mot 'matèria': llavors caldria saber què és la matèria i com es quantifica. Tanmateix la noció elemental de matèria que fa significativa una expressió del tipus «quantitat de matèria» pot merèixer algunes paraules d'aproximació a partir d'un altre punt de mira.

Així com es diu que un cos és la quantitat de matèria, també es pot defensar que un cos permet ser trossejat en parts més petites³, mentre una porció d'or, un tros de cordill, etc., serien cossos, i un tal fet podria ser escaient per a encetar un fil conductor: fet i fet, si el cos és la quantitat de matèria, quelcom cada vegada més petit continua essent un cos.

Si més no un cos és una cosa⁴ que està allí, que pot ser imaginada, o que se la pensa.

S'afegiria, malgrat que caldria veure-ho amb una mica més de detall, que el cos se circumscriu a una cosa – fent-ho

³ Sembla fàcil d'admetre-ho per a les substàncies sòlides, quan es vol ser concret. Potser caldria dir-ho d'una altra manera per a totes les altres.

⁴ Per a l'ús de 'cosa', cf. *La unitat i el nombre. Una introducció a l'aritmètica* QF31. També un gran nombre de coses són cossos: l'ús de 'cosa' s'estén també per a individualitzacions que no són cossos, o per a les qual no s'usa 'cos'.

efectivament, imaginant-lo, o pensant-lo – rodejable, engrapable, solta, independent, en l'accepció que s'aguanta sola, per tant que s'hi escau d'afegir que el cos és subsistent: és allí, independent (que no vol dir aïllat). La subsistència i l'ésser solt sembla un tret cabdal per a la caracterització dels cossos naturals.

El cos és divisible: que sigui divisible (mesurable) és més aviat una característica seva, no en l'accepció que és un cos perquè tingui extensió, sinó en el sentit que és un cos i té una mesura.

2. El cos es defineix pel fet de ser subsistent, independent, etc. Un cos és real, però no s'usa 'cos' per a tot el que és real.

El cos es lliura a través de característiques qualitatives i quantitatives (és una cosa), se sap solt. I el cos es diu d'algun tipus de realitat, la natural.

En efecte el cos és quelcom de la natura, engrapable, subsistent, amb els trets qualitius convenients, també és cosa i divisible.

La paraula «natura» gaudeix de moltes significacions, però és possible que si més no s'hi expressi quelcom a propòsit de la reiterada consideració dels cossos, amb les seves regularitats mentre no hi ha cap dubte que formen un tot, i de fet la definició usual d'un tal natura («conjunt dels cossos, comprès com a unitat i com a dotat de lleis pròpies») ho confirmaria.

Suposem ara que l'ús de 'natural' en «cos natural» sigui el que s'ha indicat: llavors l'ús de 'cos natural' en lloc de 'cos' obeeix sens dubte a quelcom; per exemple, quan s'oposa «cos natural» a un qualsevol altre cos resultant d'una transformació – és clar que, en una altra accepció tot cos, natural o artificial, seria un cos natural (transformat o no), i llavors hi hauria una imbricació entre l'ús de 'cos' i el de 'cos natural', i no hi hauria cap cos que no fos natural.

3. A propòsit de la percepció.

La subsistència del cos és una dada: l'elefant d'ivori que tinc a la mà palesa la seva corporeïtat. Es dirà que la circumstància d'haver-hi informació perceptiva, que forçosament passa pels sentits, fa que sols hi hagi esdeveniments que ocorren en un

subjecte: tanmateix no cal admetre-ho com un inconvenient seriós, quan s'estableix que la informació perceptiva és coneixement de la natura i apuntament real, i que sols hi ha sensació quan s'atén el cos propi; allò rellevant rau en l'absència d'una recreació del contingut informatiu. Els afers perceptius, molts dels quals òbviament també s'han hagut d'aprendre, i que tenen les seves lleis, no són un invent. La circumstància que el coneixement perceptiu gaudeixi d'un suport en els sentits, i que s'hagi après, no implica que no sigui la manera de conèixer això o allò, la manera de dar-se, i més aviat l'estudi s'esforça a cercar les explicacions que eluciden que hi hagi precisament cossos i esdeveniments, i llur coneixement⁵.

Se sap que hi ha cossos a partir de la informació perceptiva (i s'hi pensa al marge d'una qualsevol efectivitat).

4. La percepció de l'or o del cos.

1. Es percep una peça d'or, que és també un cos. L'or, se'l cossa com a quelcom específic amb la certesa de lliurar-se amb una pluralitat d'aspectes malgrat que ara, per exemple, sols hi hagi la perspectiva visual des del lloc on sóc. Però sé que és or, la qual cosa remet a la conjectura d'un cos orgànic que deu explicar que ara hi pugui percebre or.

Tot això forma part de l'apuntament pel qual hi ha oferiments. Així mateix s'hi troba la circumstància d'ocupar-me'n, i aquest or suposa la resta d'apuntaments: ocorre que hi ha una limitació ocupacional.

2. Aquesta peça d'or és subsistent, independent, engrapable. Dient això he canviat d'apuntament: ara m'ocupo del dèbit, però del dèbit de la peça d'or, que per a mi és quelcom més que una perspectiva visual, quan tot plegat la percepció de l'or s'ha dut a terme gràcies a la conjectura d'un cos orgànic.

⁵ Una consideració detallada es troba als diferents textos QF12,13,19,20, i 50.

M'ocupo del dèbit doncs de l'or, des d'una perspectiva visual, i és aquest fer atenció que fa parlar de subsistència del cos.

El cos seria el dèbit d'una substància determinada, de manera que no hi hauria cap cos que no ho fos, ni cap substància que manqués de cos. Es tracta que la pluralitat d'apuntaments permet una pluralitat d'atencions.

S'hi manifesta doncs una doble possibilitat: aquella per la qual hi ha or, on s'hi troba un domini i la subsistència d'un cos – o adverteixo simplement que hi ha cos pel fet que no realço especialment que és or.

No hi ha un cos que no sigui quelcom específic, però no és necessari de posar-ho en relleu perquè hi hagi cos.

5. Les qualitats perceptives.

1. Un dels camins per a explicar les percepcions passa sens dubte per les qualitats.

S'està observant el tros d'or; el copsament perceptiu no conté *sols* la dauratitat a tall d'una sensació daurada quan sap que hi ha or. Certament se suposa que hi ha hagut un aprenentatge des de petits per a arribar al fet adult d'abraçar un tot, per a percebre l'or. Fet i fet no hi hauria qualitats si no fos així: els aspectes qualitius són les maneres a través de les qual es lliura l'or: que aquest s'ofereixi qualitativament vol dir que és per mitjà del qualitatiu que ho fa. I per això són les seves qualitats.

Tot això s'estén a la resta de les qualitats perceptives. Cadascuna permet copsar que hi ha or o cos en la percepció o se'n parla al marge seu.

És que, quan es percep el daurat de la perspectiva visual, no es pot deixar d'assumir d'una manera o d'una altra que és or i cos, però això suposa el saber que, no sols és allí per a oferir-se per d'altres cantons, sinó també que hi és per a ser tocat, engrapat, etc. Un tal saber no implica les altres cares o les altres qualitats, sinó que conté la certesa de tenir d'altres cares o de gaudir d'altres qualitats.

No hi ha efectivament d'altres qualitats o d'altres punts de mira, s'hi suposa aprenentatge, a tall d'una remissió més o menys vaga, i sense que això destorbi el que s'hi lliura.

2. Una perspectiva daurada de l'or segueix una altra, o em puc concentrar a tocar la peça. Es tracta d'un exercici que empeteix l'abast de l'ocupació perquè es vol circumscriure a les dades lliurades en cada perspectiva o aproximació: tanmateix no arriba mai a fer abstracció de la substància de la qual és una qualitat; l'esforç de reduir l'oferiment no esvaeix que la qualitat és d'alguna cosa.

Una qualitat doncs és d'or o d'una altra cosa, i precisament se'n parla perquè fem aquell esforç i perquè ho podem fer respecte de la vista, del tacte i d'altres.

6. El cos natural com a ens.

1. La percepció d'un cos, el fet de tenir-lo independent, engrapable, a més d'altres, fa possible que se l'entomi com a real, al cap i a la fi com a ens. Això es fa gràcies a una modalitat.

Precisament la filosofia l'agafa com el seu tema preferent⁶: bastaria d'assumir que hi ha sols l'ens com a cos, i que no calgués més consideracions, per a adonar-se que hi hauria una determinada ontologia.

El cos és real, i també ho es un qualsevol altre apuntament: aquests or o aquesta perspectiva daurada són, i són reals: és que aquí agafo la realitat pels seus apuntaments, i hi insisteixo més en un que un altre amb la certesa que no hi ha res que no els gaudeixi tots.

⁶ Això no implica que s'expressi en termes només de l'ésser, sinó que pretén fer sobresortir, per exemple, el cos, l'or, el daurat, concrets, i llavors, la qual cosa comportant que es parli de l'ésser del cos, de l'or, del daurat, perquè fer-ho així és un adonament, es porta a col·lació aquesta preferència. El rellevant no és l'ésser, sinó el cos, l'or, el daurat: el primer sols ho seria perquè expressaria els segons.

No estrany que la filosofia estudiï no sols la noció de cos, sinó també de substància específica, de qualitat, d'esdeveniment, etc. Arreu ha calgut adonar-se'n que hi són.

2. Sens dubte quan s'afirma «aquesta peça d'or és real», i mentre no es pot expressar un apuntament sense expressar d'alguna manera la resta d'apuntaments, s'assumiria que les alteracions són vàries alhora que hi ha força modalitats; seria precisament en un adonament, amb la corresponent alteració, que, des d'un qualsevol apuntament, se sabia de la realitat o l'ésser com a lloc de confluència.

En qualsevol cas es pot explicitar l'ens o el real ja des d'un apuntament com a quelcom propi seu o també més enllà del que li és propi, sempre gràcies a un adonament.

Ara bé: quan es parla d'un cos la referència es troba a nivell del que és subsistent, engrapable, etc., d'acord amb el deïbit. El seu ens o realitat es troba primerament aquí i també, és clar, en la certesa de fer-ho des d'aquí com a lloc de confluència.

No hi ha doncs superposició de realitats, sinó sols ajustaments, ocupacions d'activitats modalitzades.

7. Com es compara la subsistència dels cossos.

1. Els diferents cossos subsistents no tindrien cap contingut equiparable llevat que tots fossin or, o metalls, o sòlids – o hi hauria el supòsit que n'hi hauria algun.

Si més no un tros d'or a la mà va lliurant la seva fredor, la seva duresa, el seu color, la seva forma, i un altre cos amb d'altres qualitats no impediria d'enunciar que els dos són cossos subsistents.

Què hi hauria d'equiparable en els cossos subsistents?

Reunim un tros d'or, un tros de fil, i una mica d'aigua: llavors, mentre no hi apareix mai res comú, cap cos no es dissol en cap altre, sí que s'hi palesa el dar-se presents. No s'hi troba cap superposició – mai no n'hi ha ni quan es compara dos trossos d'or

–, però s’anota *el fet que s’estableix una integració, i que són així arrengrables costat per costat en tant que independents.*

Per tant tenim la capacitat de col·locar costat per costat un tros d’or, un pam de fil, una mica d’aigua, en tant que afers presents, palesant doncs que la caracterització de ser or, fil, i aigua, no lleva d’altres possibles indicacions. Parlar d’un cos subsistent seria una explicitació per a aquests cos en tant que és arrengrable amb els cossos d’un tros d’or, de la rosella, de la taula, de l’aire⁷.

2. Un tros d’or imaginat no permetria de referir-s’hi amb la subsistència d’un tros d’or efectiu, però caldria que en pogués gaudir d’alguna. Es pot tenir la intenció d’investigar l’or a través de l’or imaginat, però aquest no és pas la garantia (en cas de dubte s’ha de remetre a l’or efectiu); l’or imaginat no duu a la subsistència de l’or present, i tota la subsistència que admet no té molt a veure, com a subsistència, amb la dada des del cos efectiu de l’or, malgrat que hi tingui semblances com a or (per això n’és la imatge). La subsistència des de l’or a la mà es diu davant de la que surt de la imatge de l’or, o del seu mer parlar-ne, la qual cosa en cap cas no implica que no siguin també subsistents en un altre sentit.

8. Una accepció de l’ús del mot ‘matèria’.

Algun ús del mot ‘matèria’ (deixant les nocions generalistes de la matèria) s’hauria de comprendre a partir del que hem dit: és possible, per exemple, que basti d’abordar l’ús d’aquell mot a partir de l’ús del mot ‘cos’ en tant que l’individu-cos que es considerés no impediria de notar que els seus trossos també són corporals; si es vol així: *la matèria*, en aquesta accepció, *seria allò de què consta un individu-cos*⁸.

⁷ Newton féu una passa més: no sols admeté que eren arrengrables els diferents cossos naturals sinó també que eren comparables i equiparables.

⁸ Ernst Mach sembla referir-se exactament a això quan comenta:

En aquesta accepció l'ús de 'matèria' podria exemplificar-se en un qualsevol individu entomat subsistent, solt, rodejable, etc. I només hi hauria matèria quan no ens referíssim tant als individus perceptius donats (un anell, un floc, etc.) com a allò corpori de què consten (des de l'or, la neu, etc.).

Si es compara la matèria, en l'accepció d'allò de què consta un individu-cos, amb la matèria aristotèlica, s'observa que, en conjunt, des d'un punt de vista no caldrien potser noves precisions per a afirmar amb l'aristotelisme que la matèria de l'estàtua és el marbre en tant que cos divisible, que sols es podria esculpir una estàtua en un bloc de marbre perquè hi ha quelcom que ho permet (el cos) i que encara no ha agafat els contorns d'una estàtua, etc.; això és, a l'hora de considerar la matèria segona aristotèlica.

Caldria rebutjar, tanmateix, que hi hagués una instància, la matèria, a suposar des de la peça de marbre. No hi hauria un subjecte de canvi de la peça de marbre, el fet de parlar de matèria seria la conseqüència de voler fer esment de la divisibilitat, per exemple, del tros de marbre, però se seria incapaç de tenir cap ni una experiència d'una matèria que no fos d'aquest marbre.

Fent una passa més: el que no val per al tros de marbre no valdria tampoc per a un qualsevol altre nivell d'argumentació, que forçosament se n'hauria de derivar; el supòsit que hi hagués d'haver una matèria primera des del moment que les unes coses poden canviar de forma substancial fóra només la resultant de suposar que en un individu hi ha una tal distinció.

«He provat de mostrar en un altre lloc (“Anàlisi de les sensacions”) com som aconduïts per la constància de la *unió* de les diferents sensacions dels sentits al supòsit d'una constància *absoluta* que anomenem *substància*; com el cos mòbil separable del seu entorn s'ofereix com el primer i més proper exemple d'una tal substància. És el cos divisible en parts semblants cadascuna de les quals ofereix un complex constant de qualitats, llavors aconseguim la representació de quelcom substancial, que és variable *quantitativament*, que anomenem matèria». (*Die Mechanik in ihrer Entwicklung*, Wissenschaftliche Buchgesellschaft, Darmstadt, 1991 [reprodueix la novena edició feta a Leipzig el 1933, 1^a 1883]). La cursiva és de l'original.

Noti's que la matèria es concep a partir de la divisió del cos en parts.

9. Es parla de la matèria més enllà d'allò percebut.

És possible que basti l'accepció de matèria com allò formant part d'un cos per a encaminar l'ús de 'matèria' que es troba en la primera definició dels *Principia*: un cos o una massa contindria matèria (d'aquí que se'n cerqui alguna mena de mesura).

En conjunt aquella accepció del mot «matèria» seria la del mot quan es parla de les coses materials, quan s'oposa un qualsevol fet natural a quelcom que no ho seria, etc.

I aquest mateix sentit del mot és el que convidaria a fer una passa més en tant que el poder discriminatori no és il·limitat. De fet es rumia com deu ser la constitució del cos més enllà del que permet la percepció a tall d'un recurs que allibera del constrenyiment del límit analític efectiu. Però, mentre que el llenguatge d'allò imaginat o merament pensat dels corresponents cossos (i de la corresponent matèria) no es podria oferir a través d'una presència efectiva, i s'hauria après de l'anàlisi del percebut la reiteració analítica, que s'estimaria que es perllonga, hi començaria una discussió a propòsit de la teoria més adequada per al conjunt d'observacions i d'interpretacions.

Tot això al marge de la cerca de mitjans tècnics per a fer créixer la discriminació visual, que en prou casos ja suposen la lectura de les resultants a partir de les explicacions del procés que s'utilitza per a lliurar-les.

10. El cos de la física newtoniana es pot començar a comprendre des del cos amb parts.

1. Dalt s'insinuà que la definició de Newton tenia potser la voluntat d'exemplificar què és la quantitat de matèria – d'una manera poc congruent, és cert – quan s'assumeix que la comparació de cossos permet acceptar que són de densitats diferents (dues coses d'igual volum que no s'equilibren en la balança) sense que hi hagi aquí cap mesura exacta de densitat.

Si més no la definició de cos o massa com a quantitat de matèria no s'allunyaria del comentat a propòsit del cos i de la matèria: perquè, deixant de banda la dificultat de definir la quantitat de matèria com una mesura que surt de la densitat i de la magnitud, es podria admetre prenewtonianament que la quantitat de matèria és una mesura resultant de comparar això i allò en una balança.

Un qualsevol cos tindria parts, i es podria anomenar des del conjunt («les tres parts d'aquesta barra»); la comparació d'un cos amb un altre cos pres com a unitat comportaria una equivalència amb un nombre d'aquestes unitats: per això les vuit unitats d'un cos no serien sols les dels vuit cossos unitaris que servirien per a mesurar-lo, sinó que serien també les d'aquell cos, que les palesaria tot trossejant-lo, etc.

2. Les presents consideracions atenen la definició newtoniana del cos o massa com a quantitat de matèria, i subratllen que les eines conceptuals per a fer-ho haurien pogut obtenir-se a partir de nocions comunes o establertes del que és un cos i el que és material.

La qual cosa no lleva la rellevància extrema d'haver assumit la comparació entre cossos (que són d'aire, de neu, etc.), d'haver comprès que aquest fet implicava la possibilitat d'estimar l'equivalència física universal del fet de ser cossos (recordi's els experiments de Newton amb els pèndols) i, sobretot, la rellevància d'haver discernit l'acceleració respecte del cos, amb la qual cosa reblava l'activitat quotidiana de l'ús de les balances, amb la nova interpretació – en alguna accepció sense introduir cap novetat per al venedor de fruita – que la balança lliura cos i no pes.

Si el cos com a fet material podria ser comprès com un afer comú o establert, Newton el transformà quan subratllà la necessitat, sempre que fos possible, de quantificar-lo; quan, trencant amb la tradició científica, llevà, del cos, l'acceleració; i quan el feu quelcom universal equiparable físicament.

11. L'equivalència de la massa inercial i de la massa gravitatòria en els *Principia*.

Tot això hauria de perllongar-se per tots cantons: caldria tenir en compte, per exemple, la distinció entre la massa inercial i la massa gravitatòria (o pesant), distinció recollida per tots els manuals universitaris de física en l'accepció que no seria prèviament evident que la massa (inercial) entesa com a resistència al canvi hagués de tenir una equivalència en la força que suscita un camp gravitatori en un cos, de tal manera que en $m_i a$ i $m_g g$, $m_i = m_g$. Tot això es troba certament a la seva manera als *Principia*; amb paraules de Cohen: «en la mecànica celeste de Newton, la massa hi entra de dues maneres: com a mesura de la resistència del cos a ser accelerat o a experimentar un canvi d'estat quan hi actua una força gravitatòria, i com a mesura de la força suscitada per un cos col·locat en un camp gravitatori. El primer d'aquests conceptes de massa apareix en les tres lleis del moviment i en llur aplicació en els problemes de dinàmica, el segon durant les diferents passes que duen a la llei de la gravitació universal»; es tractaria, malgrat que Newton no hagués emprat unes tals expressions, de la massa inercial, de la massa gravitatòria i de llur equivalència⁹. Encara més: el propi Newton és el que palesa la necessitat d'experimentar que la massa es dona a conèixer així mateix a través del pes (cf. Definició 1 i l'experiment descrit a llibre III, prop.6); es vol indicar que seria el fet de lligar caps entre el pes, una força suscitada, i la resta de moviments amb els seus canvis, allò que fóra el senyal del geni newtonià, que abraçaria certament la discussió de la força necessària per a validar les lleis de Kepler a partir d'uns moviments inercials, de tal manera que en la ment de Newton la massa seria quelcom que «s'expressa» en el xoc i en el pes (i en aquesta accepció la distinció inercial/gravitatòria seria un afer secundari); i s'hi

⁹ Cf. I. Bernard Cohen, *The Newtonian Revolution*, Cambridge University Press, 1980, pàgs.271-273.

palesaria, en tot això, el caràcter instrumental de la noció de força, que donaria nom i significat als moviments, als seus canvis i als cossos implicats.

II

BREUS CONSIDERACIONS ALS AXIOMES I D'ALTRES APUNTS

El llenguatge de la ciència desenvolupa uns continguts: la filosofia considera l'ésser¹⁰, i aquí l'ens que s'expressa amb aquell llenguatge: per a fer-ho es val d'un qualsevol referent que hi sigui útil, ja de l'observació com d'altres llenguatges ja establerts.

1. En quina accepció s'admetria que **el principi de la inèrcia**¹¹ té un fonament observacional? Doncs en aquella per la qual s'assumeix que no es pot trobar una causa al moviment progressiu de projectils, àdhuc admetent llur desviació constant degut a la gravetat; o al moviment d'una baldufa que giravolta, o al moviment de la bola que va rodolant al llarg d'una superfície a continuació de baixar per un pla inclinat, etc., fins i tot, si es vol així, a la progressió del moviment de planetes i cometes que va essent contínuament desviat.

¹⁰ La consideració de l'ésser no suposa bàsicament *la de l'expressió de l'ésser* de quelcom, sinó que l'estudi es col·loca *al nivell de l'ésser de quelcom*, per tant que *des d'aquí* s'enuncia afers d'aquests quelcom: per exemple, l'origen del principi de la inèrcia. No hi ha éssers fenomènics que no siguin assumptes concrets.

¹¹ «Llei I. *Tot cos persevera en el seu estat de repòs o de moure's uniformement en línia recta, a no ser que una força impresa constrenyi aquell cos a canviar el seu estat.*

Els projectils perseveren en el seu moviment, a no ser que siguin retardats per la resistència de l'aire, i impel·lits cap avall per la força de la gravetat. El cercol les parts del qual, constantment cohesionades, s'estan de moviments rectilinis, no cessa de giravoltar, a no ser que sigui retardat per l'aire. Els cossos més grans dels planetes i dels cometes, però, conserven els seus moviments tant progressius com circulars fets en espais menys resistents durant el màxim de temps».

En efecte la percepció dels moviments en les coses que es llencen, que es fan rodolar o giravoltar, i que es paren degut a les resistències de l'aire i del terra, permetria formular el principi inercial: no caldria cap més explicació de la conservació del moviment – en d'altres llocs se l'imaginaria o se'l suposaria.

Encara més: es defensaria que el principi de la inèrcia és molt més ajustat a l'observació que una teoria aristotèlica sobre els canvis o que la mateixa doctrina – al capdavant ortodoxament aristotèlica – de l'*impetus*.

Llavors el manteniment de la continuïtat del moviment si no hi hagués resistències, i si no hi hagués la gravetat, va més enllà d'una qualsevol observació en la mesura que no hi ha *de fet* un tal moviment en les exemplificacions tòpiques (boles, fletxes, etc.); una idealitat en tant que es manté, i es fa d'acord amb un patró que postula la continuïtat indefinida del moviment; en qualsevol cas, ja per a llevar-hi cap causa com per a explicar-hi que el moviment no es lliuri indefinidament o no ho faci en línia recta, s'hi palesa el domini après de causes i efectes.

Però l'adjectivació d'uniforme suposa una convergència de continguts ideals en tant que el moviment uniforme n'és, d'ideal¹²: la formulació del principi de la inèrcia palesa doncs un tal domini conjunt.

Tanmateix els historiadors de la ciència semblen haver-se posat d'acord amb la defensa que el sentit comú avalaria un principi de causalitat aristotelitzant, i no pas el moviment inercial dels cossos: Galileu hauria llevat el motor que manté els moviments inercials després d'un laboriós treball intel·lectual amb plans inclinats i d'acord amb una teoria física dels cossos que els fa indestriables del pes: si la gravetat accelera el cos en la caiguda d'un pla inclinat, i és la responsable d'aturar l'ascensió de la bola que agafa la costa amb embranzida, llavors no hi ha causa, més

¹² Cf. *El temps i el moviment natural* QF6. Per a la noció de moviment inercial uniforme en línia recta, cf. també *A propòsit de la cinemàtica* QF38 i *Una aproximació a la força* QF41.

enllà dels ròssecs, de canvi en el moviment d'un cos acabat d'accelerar en baixar per un pla inclinat, i que ara ni puja ni baixa més, etc. Consideracions d'aquest tipus, les que portarien a l'admissió de les lleis cartesianes del moviment, i totes aquelles que menarien a unes resultants equivalents, no haurien d'impedir de distingir entre les dificultats que explicarien els obstacles per a abraçar això o allò, i que sovint es troben en un mateix, pels quals es comprèn quelcom (o no es comprèn), i els viaranys que s'ha seguit (i dels quals l'estudiós se n'adona *a posteriori*) per tal d'interpretar altrament els afers. Perquè tant la causalitat aristotelitzant com el moviment per inèrcia s'ofereixen com a interpretacions dels esdeveniments, però no sembla que la segona s'ajusti menys als fets que la primera: més aviat caldria negar que totes les formes de comprensió del que ocorre valguessin igual o fossin igualment respectuoses amb allò que s'observa, i és possible de notar més distorsió en el parer d'una causalitat que demana sempre motor per al moviment que en l'altre parer, cosa que explicaria la fortuna d'aquest últim i les successives revisions del que porta a seguir el moviment de projectils en el primer.

2. Si més no la mecànica necessita la noció de cos, de moviment i la noció de **força impresa**: la preciosa definició newtoniana¹³ palesa les conseqüències d'una causa des del canvi d'estat corresponent: és a dir, estableix com a noció (la força impresa) les conseqüències motrius d'una causa en un cos; per tant en la noció de força impresa s'hi inclou efecte, però alhora amb l'afegit de ser causat. Es tracta d'una noció molt elaborada des del punt de mira significatiu (s'evitaria de fer esment de la causa: en

¹³ «Definició IV. *La força impresa és l'acció exercida en un cos per a canviar el seu estat de repòs o de moure's uniformement en línia recta.*

Aquesta força consisteix en l'acció sola, i no roman en el cos després de l'acció. Però el cos persevera en tot el seu nou estat per la sola força d'inèrcia. I la força impresa té diversos orígens, com són el xoc, la pressió, la força centrípeta».

especial de la gravetat, que és una força) alhora que valdria per a un qualsevol canvi d'estat de repòs o de moviment.

Però les nocions han de poder expressar-se per mitjans numèrics, i és prou possible que en aquest cas tant la noció de força impresa portés a la seva expressió quantitativa, com aquesta dugués a la de força; o si es vol així: la noció de força impresa exemplaritzada que els nous conceptes físics no són independents dels aspectes qualitius, ni es pensen d'una manera aliena a llur expressió matemàtica. Que la noció de força impresa és també quelcom propi dels éssers naturals ho prova el fet que es veu caure coses, que s'arrossega això o allò, que les boles xoquen, etc., mentre arreu els canvis d'estat s'originen en la direcció del moviment previ, si hi ha una nova embranzida en la seva direcció, o en direcció contrària i hi ha un alentiment o un retrocés, etc. Que la força, se l'enuncia també conforme a la seva expressió quantitativa ho prova la segona llei de la mecànica¹⁴.

Caldria prosseguir així mateix amb un aprofundiment d'altres aspectes de la noció de força. S'ha dit que es tracta d'una noció molt elaborada, que té en compte aspectes causals en tant que passen coses en els éssers naturals, que palesen un origen — un xoc, un cos que arrossega, el d'una gravitació (per assimilació causal), etc. — i que es formula pels efectes. Alhora als ulls de Newton uns tals efectes i éssers causats són esdeveniments que ocorren als cossos, mentre tot plegat té també una articulació calculatòria.

Doncs bé, tot això no lleva, sinó que completa, un altre ordre de consideracions derivades del caràcter, donat, natural, de l'ésser causat de la força, de tal manera que l'encert d'uns tals consideracions pels efectes es complementa a poder parlar dels efectes encara que aquests no es manifestin. Un qualsevol sistema d'equilibri de forces (en màquines, en recolzaments, en el supòsit d'una doble gravitació en sentits contraris, etc.) palesa la naturalitat, no

¹⁴ «Llei II. *El canvi de moviment és proporcional a la força motriu impresa, i es fa segons la línia recta en la qual aquella força s'aplica.*

Quan alguna força genera qualsevol moviment, la doble generarà el doble, la triple el triple, sigui impresa tota i alhora, o gradualment i successivament. I aquest moviment (perquè es determina sempre en la mateixa direcció que la força generatriu), si el cos ja es movia abans s'afegeix al seu moviment o al que s'avé, se sostreu al contrari, o s'agrega obliquament en l'oblic, i es compon amb aquest segons la determinació de cadascun».

dels efectes que no es veuen, sinó de les causes que no es diuen en les forces però que s'hi signifiquen d'una manera o d'una altra; els equilibris dinàmics indiquen de bell nou quelcom que ja valia fins i tot en les forces pròpiament dites i manifestades: que aquí no hi ha un mer exercici quantitatiu, sinó que està en qüestió el que passa en els éssers naturals; en l'equilibri dinàmic es parla dels afers, que són causals, pels efectes que permetrien observar (i l'una cosa i l'altra manifesten que està ocorrent quelcom, que hi ha un procés natural); quan es palesen els efectes, la força explicitada exemplaritzada en això mateix que hi ha esdeveniment natural, que és causat.

Considerem el cas de dos pesos que s'equilibren en els dos plats d'una balança: n'hi ha prou que se n'agafi un perquè es noti que no es tracta d'una il·lusió; l'esforç que s'ha de fer per a mantenir el cos a la mà ho fa veure, i l'equilibri de la balança perllonga una tal certesa; la naturalitat de les pressions actuant es basa, si es vol així, en la confiança que les coses continuen actuant al marge de la manipulació física amb el meu cos, es participa en un tal joc, que al cap i a la fi es mostra (i s'ha mostrat) eficaç. S'hi palesa, és cert, que gairebé se sura en la superfície dels molts fenòmens físics, però també és així com n'hi ha experiència. Sigui com sigui l'equilibri de pesos exclou una qualsevol altra manifestació, en especial la dels cossos en moviment o, potser millor, la d'un qualsevol canvi d'estat: la circumstància que s'avaluï que els dos pesos-pressions es contraresten, per tant que, amb masses equivalents, anul·len l'un a l'altre els canvis d'estat establerts, tot això, repetim-ho, és un indicador del convenciment de l'efectivitat dels esdeveniments naturals, que s'és capaç de copsar-los àdhuc en els equilibris dinàmics segons com actuen quan no s'hi troben, en uns tals equilibris. Al capdavant els equilibris dinàmics com aquest serien un cas extrem de la comprensió de la caiguda dels cossos que hi són implicats, s'explicarien precisament perquè es contraresten les forces-canvis d'estat d'un cos, *per tant es comprendrien des d'unes tals forces*, no pas perquè se les pogués observar en uns tals equilibris (o en els corresponents pesos-pressió), *sinó perquè s'ordena de comprendre les causes [la hipotètica causa de la gravetat actuaria en un cas i en l'altre] pels seus efectes (el canvi d'estat d'un cos), i es defineix les forces pels canvis d'estat d'un cos amb l'afegit semàntic de ser causat*: és clar que no es podria fer sense el convenciment de tot plegat, de l'acceptació de l'esdeveniment natural, de la certesa que, de les causes [àdhuc de les hipotètiques amb efectes obvis], en surten forces. Per això hi ha un ús un pèl esmunyedís en les explicacions de la mecànica, perquè no es bandeja les qüestions causals, però es basteix una articulació calculatòria des dels efectes en un cas, amb el convenciment que tot això es manté en haver-hi equilibri dinàmic quan se suposa una causa pels efectes motrius i es vol comprendre que no n'hi hagi (en un equilibri) per l'equivalència d'efectes motrius mentre es permet suposar-ne, causes que es compensen.

La mecànica no pot deixar el tracte amb les coses i els esdeveniments, s'adona de la impossibilitat de deixar el que ocorre al marge d'una quantificació; és perquè se segueix els processos naturals, per tant un saber perceptiu resultant del tracte (i de l'experiment), que té sentit una ordenació quantitativa i les consegüents relacions; en d'altres paraules: la mecànica té el seu objecte en l'ésser natural, l'equilibri de pesos és una experiència donada que allarga l'eficàcia de pes-pressió amb la de la caiguda, on s'admet un canvi d'estat en un cos, causat (per tant que hi ha una força), etc. Des d'aquest punt de mira el coneixement de la mecànica de l'equilibri de dos pesos fóra ben bé el que resulta de la interacció amb els respectius pesos i el que se n'observa: es tracta d'un saber humil, que es complementa eficaçment a partir dels supòsits que es deriven dels canvis d'estat dels cossos i de llur quantificació.

Mutatis mutandis caldria un discurs semblant per a l'estudi de les forces de totes les màquines, per a la composició de forces, per a la comprensió d'una qualsevol força que contraresta una segona o l'anul·la, etc., i per a copsar i tot què fa un dinamòmetre, que ben mirat exemplaritzava una relació d'equilibri causal amb un regle que compta unitats establertes per convenció¹⁵.

En conjunt les consideracions de la física són un entrellaçat d'afers per l'esforç per a lligar caps en els esdeveniments naturals: s'hi aplega observació natural, idealització física, quantificació d'això o d'allò, abstracció del càlcul, idealització geomètrica, construcció de models, de tal manera que es procura lliurar una coherència a través de les moltes continuïtats que s'hi troba, entre l'observació, la idealització i la modelització físiques, entre les quantificacions d'afers naturals, els càlculs autònoms i les idealitzacions geomètriques, entre causes i efectes, i entre les unes coses de les esmentades i les altres; no n'hi ha simplificació sense que es traeixi el tarannà d'una tal activitat científica.

3. La llei newtoniana d'acció i reacció¹⁶ palesa aquest estat de coses: l'acció i la reacció essent forces, la seva formulació

¹⁵ Cf. Una revisió més detallada es troba a *Una aproximació a la força*. QF41.

¹⁶ «Llei III. *Contrària a l'acció hi ha sempre una reacció també igual: o les accions de dos cossos entre si són sempre iguals i dirigides a parts contràries.*

Qualsevol cosa que prem una altra, o l'arrossega, també és premuda per aquesta o arrossegada. Si algú prem una pedra amb el dit també el dit és premut per la pedra. Si el cavall arrossega la pedra lligada a la corda, també el cavall és estirat (per dir-ho així) igualment cap a la pedra: car la corda desplegada pels dos costats instarà, en l'escomesa d'afluïxar-se, el cavall cap a la pedra, i la pedra cap al cavall; i tant impedeix el progrés de l'un com promou el progrés de l'altre. Si algun cos xoca amb un altre cos, el moviment d'aquest, per la força de l'altre, canviarà, i el primer alternativament

obeeix als afers que ocorren mentre hi ha la voluntat de lliurar-ne una quantificació: per això aquest principi voldria ser vàlid per a tota mena d'activitats, però sobretot per a aquells casos on és possible alguna aproximació numèrica; si l'experiència d'arrossegar quelcom o de prémer-ho sembla permetre l'admissió d'efectes per al cos que causa, a banda dels efectes que ha causat, com si aquells primers efectes també fossin causats, els xocs entre coses, les lleis de l'estàtica, etc., ho reblarien; alhora permetria l'explicació d'altres afers (per exemple la mútua gravitació entre parts de la Terra).

Es tracta doncs d'un principi físic que o vol explicitar coses que ocorren (en els arrossegaments i les compressions, en els xocs, en les màquines estàtiques, etc.) o explicar-los (quan no s'ha quantificat l'experiència, i per mitjà d'una assimilació); un principi unificador que generalitza¹⁷.

suportarà també en el moviment propi el mateix canvi cap a la part contrària per la força del segon (si hi ha igualtat de pressions mútues). Aquestes accions iguals fan canvis, no de velocitats, sinó de moviments; això és, en cossos no destorbats per quelcom. Així els canvis de velocitats, fets respectivament cap a parts contràries, perquè el moviment canvia igual, són recíprocament proporcionals als cossos. Aquesta llei es manté també en les atraccions, com es provarà en el proper escoli».

¹⁷ La generalització que suposa la tercera llei gaudeix de casos (el xoc entre lletilles de pèndols) que semblen permetre una confirmació, cosa que no implica que la llei obeeixi a una mera generalització inductiva. En Newton no hi ha dubte que s'hi troba l'esforç de lliurar un conjunt coherent amb parts que no permeten extreure-les inductivament. Es treballa qualitativament i quantitativament (si calgués separa els aspectes) de manera que o es comprèn sense més el que ocorre (el xoc de cossos, en l'exemple), o permet defensar que és com diu la llei (un arrossegament), o encara més: s'estableix com a criteri de recerca en alguns estudis; i circumscriu-se a allò que sembla coherent.

Un exemple d'això darrer [cf. *Dos assaigs de mecànica newtoniana* QF51]: l'aplicació de la tercera llei per a establir la igualtat entre les forces motrius en l'atracció mútua de dos cossos (i que permetrà defensar que la força atractiva absoluta d'un cos és proporcional a la seva massa) [cf. *Principia*, llibre I, prop 69].

4. Els esdeveniments suggereixen així mateix la **força inercial**.

Una bola que corre provoca el canvi d'estat o de moviment d'una segona bola amb la qual xoca, mentre que aquesta li comunica el corresponent canvi.

Es parla de resistència en el cos receptor on s'aplica una força impresa – i, com que hi ha una força impresa comunicada, també es diu que el cos que la rep té ímpetu, és a dir, pretén canviar l'estat del cos que la transmet.

La resistència fa referència a la reacció del cos receptor; l'ímpetu, a l'acció. Es tractaria del mateix fenomen en tant que és la circumstància de resistir-se que és justament la impulsadora.

Si la força ínsita¹⁸ d'un cos des del primer punt de mira, el de la resistència, podria semblar indeterminada, des de l'altre punt de mira, el d'un ímpetu, en té tanta, de força d'inèrcia, com força resistent és capaç de comunicar; això és: la que s'explicaria pel canvi en la seva quantitat de moviment.

Sols hi ha una manera diferent de copsar el que ocorre quan es distingeix entre la inèrcia de la matèria (llei I) i la força inercial o ínsita: car la primera ho entoma com a mantenint-se en un estat,

¹⁸ «Definició III. *La força ínsita de la matèria és la potència de resistir per la qual cada cos, tanta com en té, persevera en el seu estat o de repòs o de moure's uniformement en línia recta.*

Aquesta força és sempre proporcional al seu cos, i sols difereix de la inèrcia de la massa per la manera de concebre-la. Per la inèrcia de la matèria és que tot cos abandoni amb dificultat el seu estat de repòs o de moviment. Per la qual cosa la força ínsita pot dir-se també, un nom prou significatiu, força d'inèrcia. Però el cos exerceix aquesta força sols en el canvi del seu estat per una altra força en el cos feta impresa. Aquest exercici és, des d'un consideració vària, ara resistència ara ímpetu: resistència perquè el cos, per a conservar el seu estat, es resisteix a la força impresa; ímpetu perquè el mateix cos, la força resistent de l'obstacle cedint posant-hi dificultats, intenta canviar l'estat d'aquest obstacle. La gent atribueix la resistència als cossos en repòs, i l'ímpetu als mòbils: però el moviment i el repòs, com són concebuts per la gent, es distingeixen sols l'un respecte de l'altre; i no sempre reposen de debò les coses que la gent mira com en repòs».

per tant al marge d'un qualsevol canvi, i així sense un qualsevol exercici de resistència i d'ímpetu; la segona en llur exercici.

5. En d'altres llocs hem estudiat la **velocitat instantània** a través de la comprensió d'allò que és la velocitat, que seria primàriament quelcom d'un moviment, a comparar-ho amb un altre moviment per mor de contrastar-ne la durada. La velocitat instantània no seria res més que una manera d'entomar tot això, peculiar, si es vol: la seva expressió seria *ideal* perquè és impossible de copsar-la per d'altres mitjans.

No es lliura perceptivament; ara bé: sembla sensat d'admetre que tot el que s'elabora es fa a partir d'allò que s'ha après; la velocitat instantània no s'ofereix en l'observació, però és congruent amb els moviments (i amb els moviments naturals), i els seus canvis.

6. Es pot considerar un cos en moviment com a causa d'un canvi d'estat o de moviment d'un segon cos, el qual es pot estimar alhora com a causa de les variacions del moviment del primer cos. Però els canvis o són canvis d'estat del repòs al moviment (i a l'inrevés), o són canvis en el moviment. En d'altres paraules: tant l'acció com la reacció esmentades són canvis d'estat o canvis de moviment.

El propòsit consistia a definir la força com una acció exercida per a variar l'estat o el moviment d'un cos, i es deia que és proporcional al canvi de moviment; tot plegat és com dir que la força aplicada equival al canvi en la **quantitat de moviment**, i d'aquí la necessitat de definir una tal noció¹⁹.

¹⁹ «Definició II. *La quantitat de moviment és una mesura seva originada per la velocitat i la quantitat de matèria conjuntament.*

El moviment del tot és la suma del moviment en cadascuna de les parts; per això en un cos doble més gran, amb igual velocitat, és doble; i amb velocitat doble, quàdruple».

III

A TÍTOL DE RESUM

Deu ser el moment d'afegir alguna nota més del que s'ha indicat, en especial la circumstància que la mecànica moderna se singularitza també per l'estudi que fa de la quantitat de les magnituds.

1. Hi ha **una quantificació** en les nocions físiques, se les enuncia, per i en l'ús d'un tal mitjà; per exemple, el principi de la inèrcia suposa un moviment uniforme, la quantitat de matèria palesa per si mateixa com s'ha de considerar la massa, la força es copsa per mitjà de la massa i el canvi de velocitat, les igualtats d'accions i de reaccions són de forces, ja sabem el significat d'una velocitat instantània, la quantitat de moviment es manté així mateix per la multiplicació de massa i de velocitat, etc.

No es tracta que l'únic que hi hagi aquí sigui sols la d'un afer quantitatiu: la matèria, en una accepció del mot, sembla quelcom ben palès; ho és la matèria i els efectes motrius que hi ha, mentre és entenedor que es compregui en la força (en el principi d'acció i reacció, en la quantitat de moviment) quelcom que té a veure amb això. Però sols en el descabdellament del mitjà quantitatiu s'ha pogut establir les relacions ajustades de les nocions físiques bàsiques: la matèria és un afer no imaginari, però sense la seva quantificació no hi hauria hagut una singularització i determinació del cos capaç de comparar-se amb eficàcia per aquest sol fet amb d'altres cossos; alhora la força es manté també com la resultant proporcional al cos i al canvi de velocitat, per tant hauria estat impossible de sotmetre-la a la prova d'algun problema sense això.

De moviments, n'hi ha que són percebuts, també s'hi troba motius per a parlar de velocitats, i a partir de tot això es pensa idealment en el temps, en els moviments uniformes, i uniformement accelerats - s'insinuà que les idealitats d'un moviment uniforme podien assumir-se en l'explicació d'afers

observats per tal d'establir el principi de la inèrcia. És cert que aquí la quantificació ve condicionada per la utilitat, per exemple, de comparar moviments uniformes diferents en funció del temps, i que l'assaig de fer-ho per als moviments uniformement accelerats força a descabdellar relacions *ad hoc* (noció de velocitat instantània), mentre hi ha hagut motius per a defensar que el moviment de caiguda és uniformement accelerat. Llavors la quantificació en els moviments ideals esmentats i, en conjunt, en un qualsevol altre moviment que es pugui concebre, palesa una congruència entre els esdeveniments percebuts i suposats (caigudes de cossos, moviments de baldufes, de projectils, d'astres), els moviments concebuts idealment, les explicacions (amb les assimilacions corresponents) que es lliura, de tal manera que hi ha el supòsit fundat que una tal congruència es pot anar perllongant.

S'entrelluca que la mecànica newtoniana encertà a relligar una colla d'afers plurals (massa, força, acció i reacció, principi de la inèrcia, etc.) amb la corresponent quantificació. Els uns revelen més aviat quelcom derivat des d'observacions (la massa), d'altres formulen expressions quantitativitzades i articulades (la força, el principi d'acció i de reacció), d'altres es basen en alguna explicació dels fets observats (principi de la inèrcia), d'altres encara en són complements de formular els que precedeixen (la quantitat de moviment), ultra tot el que s'ha anat dient sobre els moviments.

La quantificació de la mecànica s'ha de copsar a la llum d'una tal racionalitat. I el desplegament quantitatiu ha satisfet les exigències físiques amb càlcul infinitesimal, mentre resta assumit en el domini de les disciplines formals, que és autònom, que se l'accepta perquè se l'ha après a partir d'afers elementals: serà un mitjà indispensable per a anar perllongant algunes consideracions.

Precisament la circumstància que es treballi amb mitjans autònoms o idealitzats revela més aviat que sols és possible d'avançar així, que no es podria fer altrament. Tanmateix es recorda que totes les disciplines de la quantitat tenen fonaments

que remetent a afers concrets perceptius (hi ha també, en efecte, els formals)²⁰; i que un qualsevol desenvolupament de les disciplines de la quantitat – autònomes o no, idealitzades o no – es presta a mantenir una raó específica, amb totes les ambigüitats que es vulgui, amb els seus orígens elementals.

2. El que duu a la **lleï de la gravitació universal** esdevé la joia de l'obra newtoniana. Allò que actua en la caiguda dels cossos a prop de la Terra és també el que impedeix que els planetes s'allunyin indefinidament del Sol, l'extensió i la generalització doncs de la gravetat fou sens dubte una troballa innovadora genial, que caldria assumir des del domini de molts afers. Des d'aquest punt de mira la mecànica newtoniana comprendria els moviments planetaris per una expansió de molts moviments.

Però aquesta mecànica sols pretendria la defensa d'una tal aproximació de moviments en tant que n'hi ha una quantificació. Car sembla particularment rellevant de remarcar que l'establiment de relacions quantitatives no és la conseqüència d'un fet aliè als moviments i als afers, sinó la resultant d'alguna cosa que els és propia, en l'accepció que els implica.

Des d'aquí es pot comprendre l'abast del que estudiosos de l'obra de Newton han escrit. «L'èxit de Newton en els *Principia* es degué, en la meua opinió – diu I. Bernard Cohen – a la seva habilitat extraordinària a matematitzar la ciència empírica o física. La matemàtica serví de primer per a disciplinar la seva creativa imaginació i així doncs per a aguditzar o centrar la seva productivitat, i per a dotar-la, aquella imaginació, de nous poders singulars. Per exemple fou l'eixamplament dels poders intel·lectuals de Newton gràcies a la matemàtica, i no pas merament alguna mena de comprensió física o filosòfica, allò que

²⁰ En un nivell determinat allò quantitatiu es refereix a les coses i a la seva enumeració, o al fet que es presta una especial atenció a les línies i als punts de quelcom (quan això encara no és un mer discurs idealitzat), i a les corresponents relacions d'igualtat, mentre és cert que el descabdellament d'uns tals afers els fa autònoms (aritmètica, àlgebra, etc.) o idealitzats (la geometria).

el capacitat de trobar el significat de cadascuna de les lleis de Kepler, i de mostrar la relació entre la llei de les àrees i la llei d'inèrcia [Cohen remet als *Principia*, llibre I, prop.1]. El poder de la matemàtica pot veure's també en l'anàlisi newtoniana de l'atracció d'una esfera (o d'una corona esfèrica homogènia, i també d'una esfera composta d'unes tals parts). Newton prova que si la força varia o directament com la distància o inversament com el quadrat de la distància, llavors l'acció gravitatòria de l'esfera serà la mateixa que si tota la massa de l'esfera arribés a concentrar-se en el seu centre geomètric. Les dues condicions (com Newton ho assenyala a l'escoli a la prop.78, llibre I) són els dos casos principals en la natura. La llei del quadrat invers s'aplica a l'acció gravitatòria sobre la superfície o en un punt fora de l'esfera [cf. props.71 i 74, llibre I] (la força interna s'ha provat que és nul·la [cf. prop.70]). La llei de la distància directa s'aplica a l'acció sobre una partícula dintre d'una esfera sòlida [cf. props.72-73]. Podria suposar-se que, en un cos sòlid, la força centrípeta (com diu Newton) de tot el cos "observa la mateixa llei de creixement o decreixement respecte del seu centre que segueixen les forces de les partícules mateixes" [del mateix escoli de la prop.78]. La matemàtica [cf. props.75-78] mostra que aquest és el cas per a les dues condicions de dalt esmentades, un fet que Newton assenyala que "és mot remarcable"...

«L'escomesa més important de la present discussió és la manera en què el pensament matemàtic de Newton fou especialment adequat per a l'anàlisi de problemes físics i per a la construcció i l'alteració de models i d'imaginatius constructa i sistemes, però cal parar esment que alguns dels conceptes matemàtics bàsics de Newton es derivaren precisament de situacions físiques... Com veurem en els capítols següents l'èxit de Newton a analitzar la física del moviment va dependre en un grau molt alt de la seva habilitat de reduir situacions físiques complexes a una simplicitat matemàtica, precisament estudiant les propietats matemàtiques d'un anàleg de la realitat que Newton al capdavall volia comprendre. Així el veurem explorar per mitjà de la

matemàtica la moció d'un punt de massa en un camp de força central com el primer pas vers la comprensió de la significança de la llei de l'àrea de Kepler com a regla general i no en relació amb cap sistema orbital específic. Newton fou prou conscient de la diferència que hi ha entre les propietats matemàtiques d'uns tals constructa anàlegs simplificats i les propietats físiques expressades en les relacions matemàtiques, o les regles i els principis del món físic tal com es revelen en els experiments i les observacions...

«Aquesta connexió íntima entre la matemàtica pura i la física de la moció és, crec, un tret característic dels *Principia* de Newton, on certs aspectes de la filosofia natural es redueixen a principis matemàtics, més tard descabdellats com exercicis matemàtics, i en acabant s'apliquen de nou als problemes físics. El tema cabdal dels *Principia* és la dinàmica terrestre i celeste: la física del moviment, o el moviment dels cossos sota l'acció de les classes varies de forces i de les condicions diferents de fre i de resistència; el mètode matemàtic és fluxional i usa infinitesimals esvanint-se; hi ha el tret característic d'aplicar el procés límit a les condicions geomètriques i a les proporcions (o equacions) que resulten d'aquestes condicions o que les representen. D'aquí que la natura gairebé física de la matemàtica de Newton fos l'eminentment adequada per a la solució dels problemes que ell mateix es plantejava en els seus *Principia*»²¹.

²¹Cf. I. Bernard Cohen, *The Newtonian Revolution*, pàgs.52-61. Es tracta d'un estudi de l'obra de Newton que no tindria necessitat d'estar referint-se al què és el quantitatiu i què fa, mentre la filosofia de la ciència hauria d'avaluar-ne el que hi ha.

ANNEX

L'ESCOLI ALS PRIMERS LEMES DEL LLIBRE I DELS *PRINCIPIA*

1. El llibre I dels *Principia* s'inicia amb onze lemes referents al mètode de les primeres i les últimes raons de quantitats (els límits) que mereixen algunes línies pel seu interès.

En efecte l'Escoli del Lema XI, que deu poder interpretar-se com un de general per a tots els lemes, proposa deixar de banda els indivisibles, l'ús dels quals es considera menys curós, i prefereix reduir les demostracions del cas a les «primeres i últimes sumes i raons de quantitats naixents i evanescents», és a dir, als límits d'aquests sumes i raons. Després afegeix:

«S'objectarà que no hi ha última proporció de les quantitats evanescents; en efecte abans d'esvanir-se la proporció no és l'última; quan s'esvaneix no n'hi ha cap. Però també hom podria defensar que no hi ha velocitat última del cos que arriba a un cert lloc on el moviment ha finit: perquè no és pas l'última velocitat abans que el cos arribi al lloc; i quan hi arriba, no n'hi ha cap. I la resposta és fàcil: per velocitat última s'entén aquella en la qual es mou el cos, no abans d'arribar al lloc últim, i que el moviment cessi, ni després, sinó justament quan hi arriba; això és, aquella mateixa velocitat amb la qual el cos arriba al lloc últim i amb la qual cessa el moviment. I similarmet per la raó última de quantitats evanescents s'entén la raó de quantitats, no abans d'esvanir-se, ni després, sinó aquella amb la qual s'esvaneixen. Igualment també la raó primera de quantitats naixents és la raó amb la qual neixen. I la suma primera i última és aquella amb la qual comencen, o cessen, a ser (fent créixer o reduir). Mantingui's el límit al qual la velocitat pot arribar en el final del moviment, però no traspassar. Aquesta és la velocitat última. I passa igualment amb la raó del límit de quantitats i de proporcions de tot el que és incipient o que cessa. I mentre aquest límit sigui cert i definit, el problema de determinar-lo és ben bé geomètric. Certament tot el geomètric pot ser copsat legítimament des d'un estudi geomètric que ho determini i que ho demostrï.

També es pot pretendre que, si es donés les últimes quantitats de raons evanescent, hi hauria així mateix últimes magnituds: i llavors tota quantitat constaria d'indivisibles, contra el que va demostrar Euclides sobre els incommensurables en el desè llibre dels *Elements*. Ben mirada aquesta objecció

es recolza en una hipòtesi falsa. Aquelles últimes raons, en les quals les quantitats s'esvaneixen, no són en realitat raons de quantitats últimes; sinó límits als quals s'apropen sempre les raons de quantitats que decreixen sense límit, i que poden atansar-se més que una qualsevol diferència donada, però mai no traspasar-lo; i no atènyer-lo abans que les quantitats disminueixin infinitament. Això s'entendrà més bé en allò infinitament gran. Si dues quantitats, de les quals hi ha una diferència dada, augmenten infinitament, la seva última raó serà donada, raó, no cal dir, d'igualtat; tanmateix per això no es lliurarà les quantitats últimes, o màximes, de la quals és aquesta raó. Així, en el que segueix, quan, vetllant per la fàcil concepció de les coses, parlo de quantitats mínimes, o evanescents, o últimes, vagi's en compte a no entendre quantitats determinades en magnitud, sinó que cal pensar sempre les que disminueixen sense límit».

El lector hauria d'avaluar el primer paràgraf de la cita a la llum del segon. Perquè Newton palesa una manera de concebre el límit del tot actual. En efecte distingeix entre el límit cap al qual convergeixen les raons de quantitats que decreixen indefinidament, i aquestes mateixes. Aquestes últimes mai no tenen tal qual una arribada, sinó que poden disminuir infinitament les quantitats, mentre s'apropen el que es vulgui al límit entès com a raó última. Fet i fet es tracta de la concepció del límit tal i com el formulà Weierstrass a través de l'àlgebra. Endemés s'hi palesa el pensament eficaç de l'autor quan no té inconvenient d'agafar el límit pel limitat com sigui que poden diferir tan poc com es vulgui²².

És des d'aquí que cal comprendre el primer paràgraf, altrament no seria concloent. Perquè la reflexió que s'hi fa sembla tal qual ineficaç perquè no respondria a l'objecció. Ara el lector hauria de fer-se càrrec com entoma Newton el límit, i el limitat que hi convergeix, tal i com ho defensa en el paràgraf següent, i llavors resta obvi que, *mentre agafa el límit hi té en compte allò que hi convergeix*, de manera, per exemple, que la velocitat passa a ser l'última o la primera, *mentre se la copsa amb la comprensió d'una raó convergent*; i precisament perquè manté la quantificació de la raó del límit, se la concep necessàriament – gràcies a aquest

²² Cf. *Sobre els límits d'acord amb l'obra de Cauchy* QF18.

doble punt de vista – com una velocitat constant. I això valdria per als altres límits en totes les quantitats i proporcions que comencen i cessen.



Des d'aquest Escolí es pot copsar com cal, per exemple, el lema primer quan afirma:

«LEMA I.

Les quantitats, com també les raons de quantitats, que, en qualsevulla temps finit, tendeixen constantment a la igualtat, i que abans del final d'aquell temps s'acosten l'una a l'altra més que qualsevol diferència donada, són a l'últim iguals.

Si ho negues: siguin a l'últim desiguals, i sigui llur última diferència D . Per tant no poden acostar-se més a la igualtat que per una diferència donada D : contra la hipòtesi».

L'abast del lema s'ha de llegir a la llum de les manifestacions de Newton, sense la qual cosa es presentaria la dificultat que no bastaria una reducció a l'absurd perquè es podria admetre una disminució indefinida de la diferència donada, D en aquest cas, i restaria sempre *que no és igual* mai. Ara bé: aquesta igualtat és el pressupòsit de Newton quan fa disminuir les magnituds indefinidament sense arribar mai al límit, i per tant el lema s'ha d'agafar com la manera d'assumir les últimes i les primeres raons de quantitats (els límits).

De fet el mèrit del mètode rau precisament que, mentre que no són mai iguals, es pot desatendre la diferència o la desigualtat. Versemblantment aquí rau l'encert de presentacions del tall del mateix Newton, com es veurà tot seguit, i d'estudiosos com Weierstrass, que admeten el límit sense dissoldre'l en allò que hi porta, o a l'inrevés.

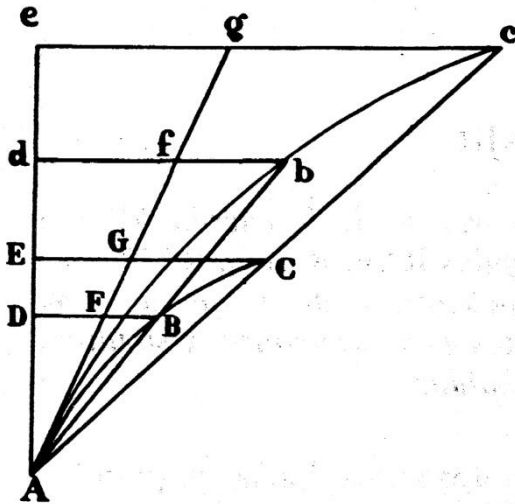
Fet i fet tot això és d'una obvietat manifesta quan els paral·lelograms inscrits en una figura curvilínia són sempre diferents d'aquesta, i mai no s'hi poden confondre, etc., i quan no hi ha cap inconvenient a diferenciar que són el seu límit.



El mateix escoli general esdevé coherent amb el que s'afirma a propòsit de l'acceleració inicial de qualsevol moviment en els lemes IX i X, que deuen poder ser considerats complementaris.

«LEMA IX

Si la recta AE i la corba ABC, en un posició mútuament donada, es tallen en un angle donat A, i a aquella recta, en un altre angle donat, s'aplica ordenadament BD, CE, que troben la corba a B, C; a continuació els punts B, C accedeixin simultàniament al punt A: dic que les àrees dels triangles ABD, ACE seran al final l'una a l'altra en la raó duplicada dels costats.



Perquè, mentre els punts B, C accedeixin al punt A, suposi's sempre AD perllongada als punts llunyans d i e , de manera que Ad , Ae siguin proporcionals a les mateixes AD , AE ; i es traça les ordenades db , ec , paral·leles a les ordenades DB , EC , que troben les mateixes AB , AC perllongades a b i c . Se suposa que es duu a terme ara la corba abc similar a la mateixa ABC , ara la recta Ag , que toca les dues corbes en A , i talla ordenadament aplicades DB , EC , db , ec , en F , G , f , g . Ara, mantenint la longitud Ae , apleguin-se els punts B, C amb el punt A: i, l'angle cAg fent-se evanescent, coincideixen les àrees curvilínies Abd , Ace amb les rectilínies Afd , Age ; i per això (pel Lema V) seran

en la raó duplicada dels costats Ad , Ae ; però, a aquestes àrees, sempre els són proporcionals les àrees ABD , ACE , i als seus costats els costats AD , AE . Per tant també les àrees ABD , ACE són al final en la raó duplicada dels costats AD , AE . Q.E.D.»

«LEMA X

Els espais que un cos descriu impel·lit per una qualsevol força finita, sigui la força determinada i immutable, augmenti contínuament o disminueixi contínuament, aquells espais són en el mateix inici del moviment en una raó duplicada dels temps.

Exposi's els temps per les línies AD , AE (cf. la figura del lema IX) i les velocitats generades per les ordenades DB , EC ; i els espais descrits en aquests velocitats seran com les àrees ABD , ACE descrites per aquestes ordenades: això és, en el mateix inici del moviment (pel Lema IX) en la raó duplicada dels temps AD , AE . Q.E.D.»

El lema IX prepara el següent, i alhora deu haver estat pensat precisament per a fer-lo possible. És a dir: no deuen ser pas independents l'un i l'altre.

Perquè es podria ben bé afigurar el lema IX com si fos un gràfic més de Galileu o de Huygens, de manera que DB i EC representin velocitats (aquí no uniformement creixents), i les verticals corresponents els temps des del començament, els espais representats per les àrees ABD i ACE , resultants de velocitats (EC , DB , etc.) i temps elementals (E , D , etc.).

Tanmateix no hi ha en el lema la intenció de trobar l'àrea d'un moviment no uniforme, sinó la d'il·lustrar que, independentment de les vicissituds de la velocitat en temps no elementals d'aquest moviment no uniforme, se l'ha de considerar com un moviment uniformement accelerat quan comença, on òbviament la representació permet l'estudi de les àrees, de figures semblants, i que alhora aconsegueixen que les àrees són proporcionals als quadrats dels costats homòlegs.

Newton il·lustrà geomètricament el fet que una qualsevol acceleració instantània se la pensa constant; és a dir, a tall de la raó

d'un augment uniforme de velocitat elemental en un temps elemental.

En efecte aquí els espais són com els quadrats dels temps.