

F. GRAELL I DENIEL

**DOS ASSAIGS
DE MECÀNICA NEWTONIANA**

ESCRITS DE FILOSOFIA DE LA CIÈNCIA

QUADERNS DE FILOSOFIA

F. GRAELL I DENIEL

**DOS ASSAIGS
DE MECÀNICA NEWTONIANA**

ESCRITS DE FILOSOFIA DE LA CIÈNCIA

52

QIADERNS DE FILOSOFIA

Barcelona 2019

1ª edició desembre 2019
© F.Graell i Deniel

www.xtec.cat/~fgraell
E-mail: fgraell@xtec.cat

La web permet de baixar la còpia d'un qualsevol quadern editat.
Podeu fer ús de l'adreça electrònica per a qualsevol correspondència amb
Quaderns de Filosofia.

Es prega de tenir en compte sempre de consultar si hi ha una nova edició (que
inclou canvis de vegades prou rellevants) en la web esmentada.

CONTINGUT

PRESENTACIÓ, 7

I. EL XOC ELÀSTIC DE COSSOS I LA QUANTITAT DE MOVIMENT, 9

A. L'EXEMPLE DELS PÈNDOLS PER A REBLAR LA TERCERA LLEI DEL MOVIMENT, 10.

B. COM SABEM QUE LA VELOCITAT DEL PÈNDOL EN EL PUNT MÉS BAIX ÉS COM LA CORDA DE L'ARC QUE DESCRIU?, 12

1. El cos que baixa per un pla inclinat ho fa amb un moviment uniformement accelerat, 13.
2. Les velocitats finals de cossos que baixen per plans inclinats des de la mateixa altura són iguals, 15.
3. Els temps de caiguda pels plans des de qualsevol part de la circumferència al seu punt inferior són iguals, 16.
4. Final: les velocitats són com les cordes dels arcs, 17.
5. Excurs: l'aplicació al pèndol, 17.

II. UNA DIVERSIFICACIÓ DE MODELS EN EL PENSAMENT FÍSIC, 19.

1. Un model formalitzat de velocitat i temps, 19.
2. L'ensenyança de fer raonaments formalitzats, 21.
3. Esquema del moviment de caiguda i de projectils, 22.
4. La concepció trencadora de la força newtoniana, 23.
5. Tres maneres de modelitzar, 24.
6. L'aplicació de la força newtoniana en un raonament que pren suport en la quantificació implícita de la geometria i en una explícita proporcionalitat, 25.
7. El model geomètric com a base figurada del càlcul, 27.
8. La hipòtesi i la confirmació, 29.

9. De la força centrípeta a la gravetat (llibre III,1-5), 30.
10. Els cossos graviten cap a tots els planetes. Els pesos dels cossos cap a un qualsevol planeta, a distàncies iguals del centre del planeta, són proporcionals a la quantitat de matèria dels cossos atrets (llibre III,6), 32.
11. La gravetat és de tots els cossos i proporcional a la quantitat de matèria de cadascun dels cossos atraients (llibre III,7), 34.
12. Pesos i densitats. Una deducció del que no és a mà des de l'adquirit, 37.
13. «El centre del sistema del món està en repòs» (hipòtesi), 38.

III. NOTES FINALS, 42.

PRESENTACIÓ

El treball consta de dos exercicis a partir una vegada més dels *Principia* de Newton. La seva lectura complaurà el lector que participi d'una semblant curiositat a la del seu autor, i que cerqui així mateix eixamplar el paisatge des del qual albirar millor què fa la ciència.

El primer estudi pren com a punt d'arrencada l'escoli a les lleis del moviment, on es troba l'experiment, amb les xocs i els rebots de pèndols, que explicita la validesa de la tercera llei a partir de les quantitats de moviment. Tot plegat gaudeix de la màxima rellevància, i permetrà alguns excursos que duran a Galileu i a Huygens. Això permetrà de considerar aspectes no sempre tinguts en compte. Implícitament s'aprèn d'aquí també que la confiança d'examinar el descens d'un cos que rodola per un pla inclinat a la llum de la força newtoniana no prové de l'automatisme d'aplicar-la-hi, sinó de les moltes experiències fetes estàticament i del mateix encert de la concepció de la força. És a dir, la confiança s'esvaeix a favor dels experiments estàtics i de les noves concepcions.

Els models de la ciència permeten donar un títol al segon apartat. Es tracta d'apropar-s'hi per a saber si ja se'n pot diferenciar més d'un, perquè altrament hi hauria una certa vacil·lació a l'hora de parlar ara sí i ara també de models. De fet n'hi ha, de varis, i potser són més dels assenyalats aquí: tot això, és clar, lliura una nova oportunitat per a fer un cop d'ull a d'altres trets típics dels descabdellament de la ciència, si més no a la manera newtoniana.

El darrer apartat es compon d'unes notes conclusives. Ara un hom pot imaginar potser el camí que ha pogut seguir allò aconseguit en els *Principia* per a arribar a ser exposat en els termes actuals. La indicació no es troba en el nostre text però sembla fàcil d'esbossar: després de l'obra de Newton i d'assumir la concepció de la força (i el conjunt de la mecànica), un hom s'exercita en el càlcul infinitesimal (que en part també remet a l'autor anglès), dissol els cossos en punts elementals, els relliga amb forces, moviments i espais, i va descabellant un procés coherent; nous auxiliars poden fer concebre els cossos macroscòpics a partir d'aplicacions a cossos elementals,

després s'hi afegeix el domini de geometria, de vectors, i allò que convé, fins a arribar a indicar, amb els càlculs a partir de tot això, la llei de la gravitació. Malgrat que els inicis de les exposicions modernes convergeixen amb d'altres concepcions comunes vàlides per a d'altres problemes, un hom s'adona que aquest camí que duu de Newton (o d'altres aportacions) als llocs generals de convergència són ben bé derivats. Llavors no sols comprèn els *Principia*, sinó també el camí que duu a les exposicions d'avui.

I

EL XOC ELÀSTIC DE COSSOS I LA QUANTITAT DE MOVIMENT

L'escoli a les lleis del moviment dels *Principia* recorda que, per mitjà de les dues primeres lleis, Galileu descobrí el moviment dels greus i el dels projectils.

Per al moviment dels greus Newton raona de la següent manera:

«Quan cau un cos, la gravetat uniforme, obrant igualment en les porcions iguals de temps individuals, imprimeix forces iguals en aquell cos, i genera velocitats iguals: llavors en tot el temps imprimeix tota la força, i genera tota la velocitat proporcional al temps. I els espais descrits en els temps proporcionals són com les velocitats i els temps conjuntament; això és, en la raó duplicada dels temps».

La naturalitat d'aquest càlcul quantitatiu per proporcionalitats palesa que ha esdevingut una resultant acceptada i apresada.

L'esment galileà il·lustra que, per a Newton, hi ha una objietat en llur aplicació a la caiguda del cossos: però aquella proporcionalitat entre espais i temps no fóra gens òbvia i va caldre com a mínim la recerca experimental de Galileu; es tracta que les concepcions de velocitat, de canvis en la velocitat, de força, no impedeixen d'adonar-se que sistematitzen un específic tractament que s'assumeix i segons el qual un hom relliga la seva exposició.

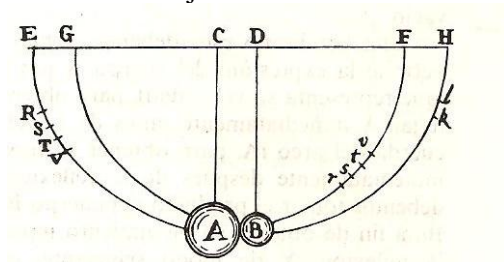
A l'escoli Newton prova també la validesa de la tercera llei pel que fa a les percussions i les reflexions a través d'un càlcul de les masses i de les velocitats en el xoc dels pèndols.

Es manté l'encert de les lleis del xoc elàstic i inelàstic des de les velocitats i els cossos – es rebla el fet que, salvant les resistències, «en la topada i col·lisió dels cossos no es varia mai la quantitat de moviment que s'infereix de la suma dels moviments que s'acorden i de la diferència dels contraris»¹.

¹ Força i quantitat de moviment afectat (guany o pèrdua) es consideren el mateix en l'accepció que hi ha força precisament per aquesta afectació.

A. L'EXEMPLE DELS PÈNDOLS PER A REBLAR LA TERCERA LLEI DEL MOVIMENT.

Repassem el camí per a ratificar la tercera llei amb l'ajut de pèndols. En aquest sentit Newton tingué en compte la resistència de l'aire i rectificà l'amplada de l'oscil·lació dels respectius pèndols d'acord amb un criteri aproximatiu; també admeté les dificultats de deixar anar els dos pèndols exactament alhora per tal que xoquessin en el punt més baix, les que hi havia per a marcar el lloc fins on pujaven els cossos després de l'impacte; així mateix també hi podia introduir algun error les diferències de densitat en les parts de les mateixes lentilles; finalment, mentre els seus exemples primers els féu amb cossos durs, també ho va assajar amb cossos tous.



Per començar es disposa sols del cos A: llançat des de R va i ve, i quan torna arriba a V. RV serà el retard degut a la resistència de l'aire. ST essent una quart part de RV, de tal manera que es trobi enmig de RV, i $RS:ST = 3:2$, ST representarà aproximadament el retard durant el descens des de S a A².

² ST és una quarta part de RV. RV és el retard fet en els quatre quarts (el retard no es distribueix igual en els quatre) de recorregut de la lentilla. Per tant ST podria representar el retard durant el descens des de S. No col·loca el retard des de R o des de V perquè des de R el retard fins a A podria ser més gran que ST, i des del cantó superior de V el retard podria ser més petit que ST. El col·loca enmig, i agafa S com a punt de partida.

Col·loqui's el cos B al seu lloc en el punt més baix. Si es deixa caure A des de S, la seva velocitat en el lloc A serà gairebé la mateixa que si hagués caigut en el buit des de T.

Si el cos A, després de la reflexió de B, arriba a s i el cos B a k , es retira B i es busca el lloc v des d'on ocorre que, llençant A des de s , i de fer l'oscil·lació, A torni a r , amb la condició que st sigui una quarta part de rv i situada enmig; llavors tA representa la velocitat que el cos A tindria en el lloc A immediatament després de la reflexió en el buit.

Paral·lelament es corregeix el lloc on B va a parar després del xoc (l per k).

Per tant el producte del cos A per la corda TA (proporcional a la velocitat) lliura el moviment en el lloc A immediatament abans de la reflexió.

El producte del cos A per tA lliura el moviment en el lloc A immediatament després de la reflexió.

I el producte del cos B per Bl lliura el moviment immediatament després de la reflexió.

En conjunt quan es deixa anar dos cossos diferents cal trobar els moviments de cadascun tant abans com després de la reflexió, i llavors cal comparar els esmenat moviments.

En paraules del geni anglès, referides al fet que es deixa anar el cos A des de S, que xoca amb el cos B estacionat en la part més baixa, cos que oscil·la fins a k (corregit: l) després del xoc [A ho fa fins a s (corregit: t)]:

«Llavors es comptarà el cos A (per dir-ho així) per la corda de l'arc TA, que fa present la seva velocitat, perquè es tingui el seu moviment en el lloc A el més a prop abans de la reflexió; tot seguit per la corda de l'arc tA perquè es tingui el seu moviment en el lloc A el més a prop després de la reflexió. I així el cos B es comptarà per la corda d'arc Bl perquè es tingui el seu moviment el més a prop després de la reflexió. De manera semblant, allí on dos cossos es fan caure simultàniament des de lloc diversos, cal trobar el moviment de cadascun tant abans de la reflexió com després seu; llavors finalment es compararan els moviment entre si, i s'hi inferirà els efectes de la reflexió. D'aquesta manera intentant-ho en pèndols de deu peus, i això en cossos tan desiguals com iguals, i fent que els cossos entrexoquin des d'interval

amplíssims com vuit, dotze o setze peus, s'adverteix sempre, sense error de més de tres polzades de les mesures, que allí on els cossos corrien directament l'un contra l'altre els canvis dels moviments eren iguals i portats cap a parts contràries, i que per tant l'acció i la reacció són sempre iguals. Si el cos A es precipita cap al cos B, que reposa, amb nou parts de moviment i, perdudes set parts, continua, després de la reflexió, amb dos, llavors el cos B recula amb les mateixes set parts. Si els cossos van enfrontats, A amb dotze parts i B amb sis, llavors A torna amb dos; B torna amb vuit, feta la sostracció de les catorze parts pels dos costats. Del moviment del mateix A es manleva dotze parts, i no hi restarà res; es manleva dues altres parts, hi ha un moviment de dues parts en sentit contrari: i així en el moviment del cos B, de sis parts, manllavant catorze parts, hi ha vuit parts en sentit contrari. Quan els cossos van en el mateix sentit, A més de pressa amb catorze parts, i B més retardat amb cinc parts, i després de la reflexió A continua amb cinc parts, llavors B continuarà amb catorze, feta el trasllat de nou parts de A a B. I així successivament. En la topada i col·lisió dels cossos no es varia mai la quantitat de moviment que s'infereix de la suma dels moviments que s'acorden i de la diferència dels contraris».

Newton afegeix que la tercera llei resulta provada, si més no pel que fa a les reflexions, per una teoria congruent amb l'experiència³.

B. COM SABEM QUE LA VELOCITAT DEL PÈNDOL EN EL PUNT MÉS BAIX ÉS COM LA CORDA DE L'ARC QUE DESCRIU?

La pregunta reproduïx les paraules de l'autor quan, en el camí que ha menat a ratificar la llei tercera, parteix de la circumstància següent:

«Perquè la velocitat del pèndol, en el punt més baix, és com la corda de l'arc que descriu quan cau, proposició molt coneguda entre els geomètres».

Aquesta proposició no es troba tal qual estudiada en els *Principia*: s'hi troba la proporcionalitat entre la velocitat i el sinus de l'arc recorregut en un cas específic de força centrípeta (proposició I,37) i calcula la velocitat de pèndols en diferents llocs del seu

³ «Lex tertia... per theoriam comprobata est, quae cum experientia plane congruit».

recorregut (I,52), proposicions que tanmateix no lliuren aquell enunciat.

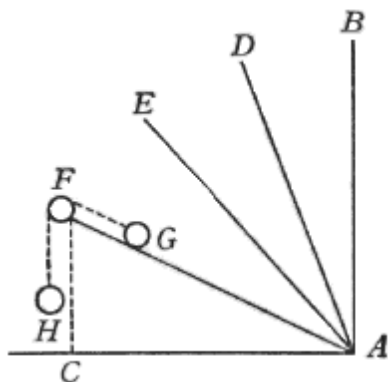
El nostre repte és ara de seguir una mica l'origen d'aquesta molt coneguda proposició, i ho farem pas a pas.

1. El cos que baixa per un pla inclinat ho fa amb un moviment uniformement accelerat.

Amb l'explicació del moviment uniformement accelerat, Galileu introdueix en els mateixos *Discorsi* el seu experiment de fer caure una bola per un pla inclinat i, comptant el temps, troba la proporcionalitat dels espais i dels quadrats dels temps (tercera jornada, *Del moviment naturalment accelerat*, després de la proposició II, corol·lari I).

Tot i això, en l'escolí que segueix, Salviati admet l'enunciat que els augments de velocitat del cos que cau pel pla inclinat es fan d'acord amb un moviment uniformement accelerat, i això es deu al fet que és el d'un greu que sols parcialment usa la seva gravetat; el seus increments de velocitat seran més lents, però constants i proporcionals als temps, com els de la caiguda lliure.

Ara bé: resta de saber quina relació hi ha entre la caiguda d'un cos per la vertical i el seu descens per un pla inclinat, i llavors hi afegeix un lema, versemblantment redactat per Viviani, deixeble de Galileu, recollint opinions del mestre, que es podria resumir així:



Imaginem que sobre el pla FA es col·loca el mòbil G connectat amb un pes H per mitjà d'una corda que passa per damunt de F, i que H i G es troben en equilibri. S'assumeix que el greu G sols troba resistència en allò que correspon a la vertical CF (perquè l'horitzontal CA no n'ofereix cap). Noti's també que la raó entre la direcció de FA i la de FC sempre és la mateixa allà on es trobi G. Llavors H i G aturats com mostra el gràfic:

«podem assertivament afirmar que, en el cas de seguir-se l'equilibri, això és, la quietud després del moure's, els moments, les velocitats, o les seves propensions al moviment, això és, els espais que recorrerien per llur compte en el mateix temps, han de respondre recíprocament a les seves gravetats segons allò que en tots els casos del moviment mecànic es demostra⁴: així que bastarà, per a impedir el descens de G, que H sigui tant menys greu que aquell, com proporcionalment l'espai CF sigui menor que l'espai FA. Sigui fet doncs que com FA a FC, així el greu G al greu H; que ara se seguirà l'equilibri, això és, els pesos H, G tindran iguals els moments, i cessarà el moviment dels dits mòbils. I perquè hem convingut que, d'un mòbil, tant és l'ímpetu, l'energia, el moment, o la propensió al moviment, com és la força o resistència mínima que basta per a fermar-lo, i s'ha conclòs que n'hi ha prou amb el greu H per a impedir el moviment al greu G, per consegüent el pes H menor, que en la perpendicular FC exerceix el seu moment total, serà la precisa mesura del moment parcial que el pes G més gran exerceix pel pla inclinat FA».

⁴ Podríem explicitar això en termes newtonians de la següent manera:

$$\begin{array}{ll}
 \text{[caiguda lliure]} & \text{[en el pla inclinat]} \\
 G = m_1 g & \rightarrow g_1 = g \frac{CF}{FA} \\
 H = m_2 g & \rightarrow g_2 = g \\
 \text{Si } m_1 g \frac{CF}{FA} = m_2 g & \text{[equilibri],}
 \end{array}$$

$$\text{Llavors: } \frac{m_1 g}{m_2 g} = \frac{g}{g \frac{CF}{FA}} \quad \text{[propensions inverses a les gravetats]}$$

$$\rightarrow \frac{G}{H} = \frac{1}{\frac{CF}{FA}} = \frac{FA}{CF} \quad \text{[allò que basta].}$$

Les consideracions mecàniques recullen el fet prou sabut que els pesos G i H han de trobar-se en una relació igual a la de FA a FC; és a dir, sols una part del pes de G és útil per a contrarestar H. En aquest cas, si estan en equilibri, els pesos útils són iguals.

Sens dubte el tipus de raonament lliurat en l'obra, a propòsit que s'ha demostrat en les moviments mecànics que la propensió al moviment, plantejada en els termes que ho fa el lema dels *Discorsi*, es troba en raó inversa als pesos, es fa a partir d'una troballa prou estesa entre els estudiosos⁵ (per exemple, a partir de $\frac{G}{H} = \frac{FA}{CF}$). Noti's així mateix que aquí no hi ha una distinció nítida de la velocitat d'un cos respecte d'aquest: els cossos pesen, no hi ha la noció de massa o cos de Newton.

2. Les velocitats finals de cossos que baixen per plans inclinats des de la mateixa altura són iguals.

Tot seguit Salviati estén per a tot FA i FC el següent teorema: els graus de velocitat d'un mòbil que baixa amb moviment natural des de la mateixa altura, pels plans inclinats que siguin, són sempre iguals quan toquen l'horitzontal: el raonament va seguint una proporcionalitat a partir de l'admissió que els moviments de caiguda i pels plans són tot moviments uniformement accelerats, i també a partir del lema acabat de demostra i del corol·lari II de la proposició II⁶.

Hi apareix dues circumstàncies que mereixen de considerar-se.

La primera indicaria que la igualtat de velocitats de moviments que cauen naturalment des d'una mateixa altura des del repòs independentment si ho fan verticalment, per un pla inclinat o per una superfície curvilínia, no és una dada experimental en l'accepció que se

⁵ Per exemple, Gilles Personne de Roberval (1602-1675), en el seu opuscle *Traité de Méchanique*, escrit abans de 1636 (cf. Quaderns de filosofia 40).

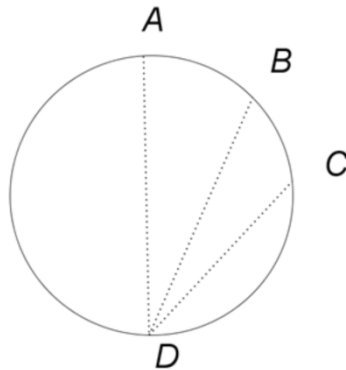
⁶ El corol·lari faria així: els temps per a recórrer un mòbil dos espais en una moviment uniformement accelerat estan entre si en la relació d'un dels espais respecte d'un mitjà proporcional entre els dos espais. Es tracta d'una demostració per proporcions.

l'observi. No és d'experiència en aquesta accepció, no és una veritat inductiva.

La segona faria considerar una vegada més la rellevància de pensar coherentment amb allò aconseguit per l'observació i pel pensament. Es posa a treballar el que s'ha après del moviment de caiguda, se'l pensa en el pes, pes que el contrapès fa descompondre, hi ha equilibri, per tant es continua amb el prèviament assumit, es parla de les respectives propensions al moviment, es raona amb porcions, i s'arriba al que proposa el teorema.

3. Els temps de caiguda pels plans des de qualsevol part de la circumferència al seu punt inferior són iguals.

El teorema anterior, el següent en la proposició III, fàcil d'assumir (els temps dels moviments d'un mateix mòbil que baixa per plans inclinat des d'una altura igual són com les longituds respectives dels plans), i els teoremes de les proposicions IV i V, que en són conseqüències, són els que permeten demostrar sense dificultat el teorema de la proposició VI d'aquesta part dels *Discorsi* de Galileu a propòsit del moviment uniformement accelerat. En efecte s'hi demostra (de tres maneres) que els temps de caiguda per tots els plans que van des de qualsevol punt de la circumferència al seu punt inferior D són iguals. Per tant tardaria el mateix temps per a baixar per CD que per BD.



4. Final: les velocitats són com les cordes dels arcs.

El corol·lari I de la proposició VI afegeix que qui diu plans diu cordes.

El seu corol·lari II rebla que el temps de caiguda per AD o per CD són iguals (si ho són vol dir que AD i CD són inscrits al cercle, i AD és el diàmetre).

Ara: el mateix Galileu defensà que l'espai recorregut per un moviment uniformement accelerat és el mateix que el fet per un moviment uniforme amb una velocitat constant que sigui la meitat de la velocitat final de l'accelerat.

Si les velocitats (uniformes) són proporcionals als espais i inversament proporcionals als temps, a igualtat de temps les velocitats són sols proporcionals als espais, per tant a les cordes CD, BD, àdhuc a AD, en el cercle esmentat.

5. Excurs: l'aplicació al pèndol.

S'ha admès ja que la velocitat en el punt més baix D d'una qualsevol corda (BD i CD en l'exemple) és la mateixa que si el cos caigués verticalment des del punt B i C respectivament. S'admet així mateix que aquesta velocitat és proporcional a la corda corresponent (o al diàmetre AD en el cas de caure verticalment).

Tot això és vàlid doncs per als punts que pertanyen al pèndol que oscil·la descrivint un arc.

Això, ho retrobem, per exemple, a la proposició VIII de la segona part de l'*Horologium oscillatorium* de Huyghens: un quart de circumferència d'un cercle pot considerar-se com una successió infinita de plans inclinats, mentre que la velocitat final d'aquest continu saltironeig és el mateix que si el cos caigués verticalment des del punt més alt d'una tal escala; o millor encara: la velocitat d'un cos que cau per una corba és la d'un cos que cau per una infinitat de plans inclinats que van essent arcs d'aquesta corba, de manera que l'argument va a parar al fet que la velocitat final d'un cos que cau

verticalment i la d'un altre que baixa per una corba des de la mateixa alçada són iguals.

Val a dir que tota l'argumentació té com a rerefons que (a) un cos baixa pel pla inclinat amb un moviment uniformement accelerat i que (b) la velocitat final és la mateixa que la del cos que cau verticalment des de la mateixa altura. Certament els dos punts s'imbriquen, i Huygens, per exemple, pensà que Galileu no se'n va sortir del tot i lliurà una demostració de (b) a través d'una reducció a l'absurd (que, com tota argumentació d'aquest caire, deu contenir alguna mena de cercle viciós).

II

UNA DIVERSIFICACIÓ DE MODELS EN EL PENSAMENT FÍSIC

El tafaneig en els treballs dels prohoms de la nova ciència natural moderna permet una munió de consideracions. Anotarem, per exemple, algunes suggerències que desvetllen llur lectura, i que permeten d'anar introduint-nos a la comprensió de llur tarannà.

1. Un model formalitzat de velocitat i temps.

1. Pregunti's amb Galileu: com és el moviment uniformement accelerat? Certament un hom no s'ho pot fàcilment afigurar, perquè més aviat esdevingué una resultant des del fet que el pisà coneixia experimentalment la relació entre els espais recorreguts per un mòbil que baixa per un pla inclinat, i el temps. És a dir, que, fins aquí, la relació es trobava fonamentada en unes quantitats que reflectien quelcom lliurat naturalment.

Els diferents assaigs de Galileu el feren adonar primer que els espais recorreguts eren proporcionals, deixant algun petit error, als quadrats dels temps. Tanmateix es tractava de trobar la llei que permetés de comprendre en funció de què augmentava la velocitat.

Certament la noció vulgar d'un moviment cada vegada més ràpid associa velocitat i espai recorregut: a mesura que recorre espai augmenta la velocitat: aquesta seria proporcional a l'espai recorregut. Sabem que això no reïx a trobar uns espais proporcionals al quadrat del temps. I ho sabem perquè Galileu se'n va sortir, a fer de la velocitat d'un moviment uniformement accelerat una quantitat proporcional, no a l'espai recorregut, sinó al temps que transcorre des de l'inici de la caiguda.

2. La relació dels quadrats dels temps proporcionals als espais surt d'un experiment en el qual hi havia mesures.

Allò nou aquí no és només això: rau en el fet que, no sols un augment de velocitat proporcional al temps no es lliura de manera natural, sinó també que aquesta llei s'extreu a partir de $e = kt^2$, i precisament perquè es comprèn com la seva condició.

El primer punt es constata pel fet que Galileu figura la velocitat d'un moviment uniformement accelerat per una línia recta que més tard serà expressable en termes algebrics. Ocorre que la velocitat instantània és un límit tant en la plasmació geomètrica com en l'algebria, en qualsevol cas només pensable com a velocitat mitjana⁷, la qual cosa ja assenyala la dificultat de fer-la una dada lliurada naturalment.

Això duu al segon punt: la proporcionalitat de velocitat i temps es manté com a assumptió des d'on es parteix. És clar que, tractant-se d'una velocitat sols pensable com un límit (de i com una velocitat mitjana), el conjunt palesa que un hom es troba còmode en una proporció així: d'un límit entre quantitats i una quantitat.

Tanmateix això no s'ha mantingut perquè sigui una proporció òbvia, sinó perquè era una condició per a $e = kt^2$.

D'aquí que hàgim de concloure que la proporcionalitat de velocitat i de temps és formal en l'accepció que s'ha obtingut a partir de necessitats quantitatives ($e = kt^2$) i que s'ha d'acceptar límits: llavors la proporció de la velocitat amb la quantitat de temps no deu gaudir de molt més sentit que el que surt de les exigències de coherència numèrica (formal)⁸. S'hi troba doncs una manera de treballar, bàsicament a partir de consideracions quantitatives que, en inici, també són d'afers naturals, però que necessàriament van a recaure en mers afers quantitius, exemplaritzats geomètricament (Galileu) o algebriament.

⁷ Cf. *A propòsit de la cinemàtica. Escrits de filosofia de la ciència*, 2^a edició, 2019, QF38.

⁸ Es tracta de fer nostre que la proporcionalitat de la velocitat i el temps, en el moviment uniformement accelerat, suposa un modelatge formal: perquè el quantitatiu discret, per tant tot l'univers numèric, pot adjectivar-se de formal en la mesura que un hom no s'ocupa d'una unitat de quelcom, o de la raó corresponent.

Per això, i avançant el que repetirem més avall a propòsit de la força, un hom podria esmentar un tal estil de fer les coses com el d'una modelització formal, que ha tingut unes passes inicials que hi han dut, i que al cap i a la fi permeten pensar la velocitat d'un moviment uniformement accelerat com aquella que augmenta proporcionalment al temps.

2. L'ensenyança de fer raonaments formalitzats.

La concepció revolucionària de Galileu es troba a haver establert l'entrellat entre un moviment de caiguda i el temps (es faci això geomètricament o algebriquement).

Aquesta ordenació de les característiques compreses en un moviment menen a l'acceleració: que un hom l'admeti com a constant o la suposi instantània i vària ja no representa més que un reguitzell d'afers propis del pensament quantitatiu.

D'altra banda el principi de la inèrcia s'ofereix bàsicament com una assumpció, i es podria discutir quina fóra la manera més espontània de comprendre el manteniment d'un estat, si una aristotelitzant o una altra: sigui com sigui, però, l'assumpció de l'una o d'una altra deu dependre del conjunt de les conseqüències i de la previsions confirmables, i de fet la primera hauria tingut històricament prou entrebancs.

La composició de moviments en el tir parabòlic suposa una mica de tot això: se'l concep des del moviment inercial i des del de caiguda. El supòsit aristotelitzant de la impossibilitat intrínseca de dos moviments no hi tindria res a fer perquè dependria de consideracions merament interpretatives que Galileu rebutjà.

Allò cabdal, però, rau que un hom assumeix el moviment de caiguda, que es pensa des de les condicions formalitzades, i l'inercial, amb la seva relació quantitativa, a l'hora de pensar el moviment d'un projectil. Es tracta que un hom ha entès que cal pensar-ho també des d'una tal conjunt formalitzat, respecte d'un esdeveniment que ocorre en l'espectacle perceptiu.

Llavors Galileu no sols hauria ensenyat a tractar formalitzades les condicions que duen a les resultants dels experiments, sinó també

que cal mantenir-se en aquest pensament formalitzat, i en aquells altres convenients, quan es tracta d'apropar-se a d'altres esdeveniments naturals. Per dir-ho de pressa: esdevingué l'exemple en la formació de relacions formalitzades bàsiques, i també ho fou en com un hom ha de raonar des d'aquí, i amb allò altre necessari, per a arribar a una cert tractament d'altres experiments i observacions⁹.

Aquest doble mestratge el faria l'iniciador d'un estil amb el qual s'inauguraria la revolució científica.

3. Esquema del moviment de caiguda i de projectils.

Experiment pel pla inclinat

*[quelcom lliurat que inclou relacions quantitatives
que es dominen]*

↓↑

condició formalitzada bàsica

+

Supòsit inercial

↓↑

composició
de moviments

↓↑

observació de projectils

⁹ De fet una part rellevant dels *Discursi* de Galileu seria un exemple d'un pensament des de condicions formalitzades que va descabdellant, exemplaritzant-se geomètricament, un raonament amb els trets idealitzadors corresponents.

Basti potser ara ressaltar provisionalment dues característiques: la primera apunta que la ciència tendeix a esdevenir un procés complex, entre els experiments i les observacions i tot allò que es pot aportar, especialment tot el que s'ha aconseguit en el domini quantitatiu, de manera que hi va havent una habilitat quantitativa que entrellaça els uns afers amb els altres. La segona reblaria que els aspectes quantitativs, i en conjunt una condició formalitzadora, no esdevenen aliens al món perceptiu, quan allò quantitatiu es diu originàriament de les coses perceptives i per les coses perceptives, malgrat que el domini numèric es faci autònom, i que les condicions formals hagin depès del domini quantitatiu.

4. La concepció de la força newtoniana.

La tensió entre observacions, experiments, les quantificacions compromeses, i el pensament condicional formalitzat es troba també, és clar, en Newton.

La força, i el pes n'és una, es lliura experiencialment. La increïble novetat de l'anglès rau a haver-hi pensat *també* formalitzadament la manera de quantificar-la i d'establir els intercanvis entre cossos. La quantificació implicada en la força esdevé una concepció nova respecte d'altres perspectives, suposa comparacions efectuades entre cossos, els processos que hi ha en els xocs, convida a la cerca de nous experiments, etc., a banda que, fent ara un especial esment de tot això, Newton hi pensa l'atracció dels cossos, postula la que hi ha entre astres, i després de prou camí arriba a comprovar i tot el seu raonament amb algunes mesures (per exemple, la comparació del recorregut de la Lluna i el de la caiguda de cossos en la Terra).

La força clàssica és doncs una concepció que no s'ha fet al marge de l'observació, de l'experiment, de tot allò que es pensa a propòsit de l'astronomia. Però la percepció no lliura la força newtoniana, sinó simplement la força: la newtoniana permet una articulació quantitativa. Es tracta de la troballa de l'estructura quantitativa adequada dels cossos, dels seus moviments, i de les seves relacions, que es troben allí on les forces es manifesten.

Cal insistir en la circumstància del caràcter formal de la força en l'accepció que, «si el canvi de moviment és proporcional a la força motriu impresa», la força si més no és proporcional, en un mateix cos, al canvi de moviment, depèn d'una constant de proporcionalitat, és una funció de l'acceleració i de la massa; una tal estructura numèrica, però, no és natural (la natura no ho lliura, això), sinó que en principi hi ha una connexió de magnituds heterogènies: moviment i una constant de proporcionalitat (o massa). Es tracta d'una construcció formal, d'aquell pensament condicional formalitzat que s'ha esmentat, a partir del qual un hom comprèn d'altres passes.

L'afer no lleva d'admetre que el quantitatiu remet més o menys remotament a qüestions particulars. Si més no ha estat la manera de poder travar experiència i observacions a través del quantitatiu.

Noti's de bell nou que la força newtoniana s'arrela, com no podia ser altrament, en la percepció i l'observació, en els supòsits i els pensament; no es fa estranya als fenòmens: el cos que cau per la gravetat palesa que està implicat com a cos i com a moviment. Tanmateix va caldre el treball de Newton per a palesar-ne l'eficàcia: una articulació racional, que té en compte quantitativament un moviment i la comparació de cossos. La condicionalitat formalitzada es palesa precisament en una tal articulació.

5. Tres maneres de modelitzar.

La força newtoniana (com la descoberta bàsica de Galileu) no s'ofereix com un model geomètric (el geocentrisme, per exemple). Tampoc s'hi lliura, en l'accepció d'una teoria de l'electricitat de Franklin, que fa comprendre les observacions i conté un factor modelitzador perquè unifica les explicacions i ajuda poc o molt a lliurar una imatge que vol ser adequada.

En quina accepció la força newtoniana seria un model? Si més no semblaria ser-ho en el sentit que una teoria com la de Franklin ho és. Però també tenint en compte d'altres elements: car la força newtoniana (i d'altres afers cabdals de la física) conté una articulació més o menys formalitzada del vessant quantitatiu. Hi ha una estructura quantitativa que unifica observacions, que és capaç d'imaginar

previsions, que es dóna per tal que un hom raoni com cregui oportú. Amb el ben entès que una tal articulació (al capdavall: racionalitat) es fa en ocasió d'una observació, d'en experiment, d'un supòsit, des d'altres afers admesos: model doncs, no perquè no segueixi els fenòmens, dats o pensats, sinó perquè ho fa d'acord amb una específica raó.

Hi hauria com a mínim, sembla, tres patrons modelitzadors: aquell en el qual un hom hi establiria relacions (el model geomètric), aquell que explicaria sense quantificar, aquell que lliuraria estructures formalitzades. Certament els models no serien incompatibles: el mateix Newton usà el tercer i el primer alhora, i raonant d'acord amb això.

6. L'aplicació de la força newtoniana en un raonament que pren suport en la quantificació implícita de la geometria i en una explícita proporcionalitat.

La concepció de la força newtoniana deu provenir d'un afortunat procés d'elaboració a partir d'un estira-i-arronsa entre observacions i experiments, i els pensaments més o menys condicionalment formalitzats. I això no impediria la mirada idealitzadora i simplificadora de la força newtoniana¹⁰.

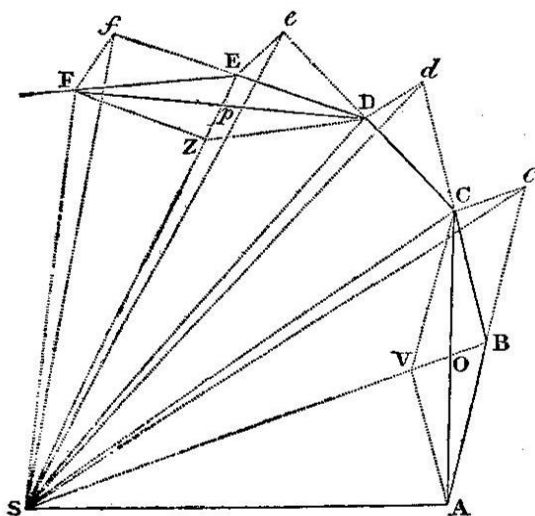
La qual cosa vol dir que un hom la pensa allí on s'hi troba forces, de fet o hipotètiques, i l'encert de la concepció es rebla amb cada circumstància en què un hom entoma un esdeveniment pensant-lo a través seu. Un hom assumeix així els afers, els pensa, i raona.

Agafi's la proposició I,1 dels *Principia*:

«Proposició I. Teorema I.

Les àrees que descriuen els cossos portats en girs, amb radis duts al centre immòbil de forces, estan en plans immòbils i són proporcionals als temps. Divideixi's el temps en parts iguals; i descriu el cos en la primera part del temps, per la força ínsita, la recta AB. Igualment en la segona part del temps,

¹⁰ Per a això, cf. *Una aproximació a la força. Escrits de filosofia de la ciència*, 2^a edició, 2019, QF41.



si res ho impedeix, continua en línia recta cap a c (per la primera llei), descrivint la línia Bc igual a AB ; de tal manera que, amb els radis AS , BS , cS portats al centre, es produeixin les àrees iguals ASB , BSc . Però quan el cos arriba a B , actua una força centrípeta amb un gran impuls únic, i obtingui que el cos es desviï de la recta Bc , i continui per la recta BC . Descriu's cC paral·lela a la mateixa BS que troba BC a C . Completada la segona part del temps el cos (pel corol·lari I de les Lleis) es troba a C , en el mateix pla que el triangle ASB . Uneixi's SC ; el triangle SBC , essent SB i Cc paral·leles, serà igual al triangle SBc , per tant també al triangle SAB . Amb un argument semblant la força centrípeta actuant successivament a C , D , E , etc., farà que els cos, en cadascuna de les parts del temps, descriuï cadascuna de les rectes CD , DE , EF , etc., descansant totes en el mateix pla; i el triangle SCD serà igual al triangle SBC , i el SDE al mateix SCD , i el SEF al mateix SDE . Així amb temps iguals es descriu àrees iguals en el pla immòbil; component: les sumes qualssevol de les àrees $SADS$, $SAFS$ són entre si com els temps amb què es descriuen. Augmenti's ara el nombre dels triangles, disminueixi's la seva amplada infinitament: llur perímetre últim (pel corol·lari quart del Lema tercer) serà una línia corba: per això la força centrípeta per la qual un cos és allunyat de la tangent d'aquesta corba actua incessantment. Però les àrees qualssevol descrites $SADS$, $SAFS$, sempre proporcionals als temps en què es descriuen, són proporcionals en aquest cas a aquests mateixos temps. Q.E.D.»

El suport és un model geomètric del qual es manlleua relacions amb una quantificació implícita mentre s'omet l'esment a la massa per tractar-se d'un teorema que afecta els moviments d'un mateix cos. Suposa doncs un reguitzell d'assumpes geomètrics, el domini cinemàtic, la concepció de la força com a canvi de moviment, i l'ús de consideracions sobres els límits.

Cal ressaltar ara la implicació de la força newtoniana en el raonament de manera que un hom va seguint una coherència geomètrica implícitament quantitativa, a més d'un moviment que té en compte aquella força per a anar avançant; és prou sabut que l'anglès arribarà prou lluny tot prenent suport en la geometria (amb les quantificacions implícites) en les raons i les proporcions, en la seva habilitat amb els límits, i a través sempre de la seva concepció formalitzada de la força.

7. El model geomètric com a base figurada del quantitatiu.

El model geometritzant¹¹ ho és en l'accepció d'un dibuix efectiu o imaginat per mitjà de línies, interpretades simplificadament i idealitzadament, d'un afer diferent. Els models geocèntric i heliocèntric (i els mateixos *Principia*) el tenen en compte, tot fent les funcions d'un qualsevol paisatge perceptiu.

L'esquema geomètric guanya molt en utilitat perquè permet afigurar quelcom a escala humana, o si més no fer-ho senzill i sense complicacions. Però sobretot ha estat molt eficaç per a lliurar una singularització perceptiva de quantitats: car els nombrosos segments dels gràfics permeten exemplificar quantitats. Un hom pensa les

¹¹ La geometria no és un model tal qual presa en l'accepció que els elements que considera, com la línia, un postulat, i d'altres, són admesos a partir d'específiques consideracions. Sí, es diu que modelitza en la mesura que estudia les figures planes i espacials, per exemple; tanmateix no són models pel fet que hi hagi geometria, sinó que són models pel fet que estableixen pautes en relació a d'altres afers que no són els models mateixos. D'aquí que la geometria, entesa dins del seu àmbit d'estudi, no té en compte l'ús modelitzant que se'n faci, del que tracta.

quantitats i les seves relacions a través dels segments: raons i proporcions palesen – deixant les dificultats històriques inherents als irracionals que comportaren el bandeig grec de l'àlgebra numèrica i la suggerència de fer-ho geomètricament – relacions numèriques generalitzades i il·lustrades en els gràfics.

Per tant el model geomètric, a banda d'allò quantitatiu obvi, esdevé, a través de quelcom interpretat d'una manera simple i ideal, el lloc on un hom pensa també les relacions quantitatives (amb la generalització que es vulgui). D'una banda la demostració estrictament geomètrica no pot superar la particularitat del cas malgrat que se l'assumeixi com a vàlida per a d'altres en general; tanmateix això es fa rellevant el costat que exemplifica en la seva particularitat el domini de les relacions numèriques en conjunt, que pot expressar en general. Es treballa així.

A tot això, Newton hi incorpora, des de la concepció formalitzada de la força, noves perspectives quantitatives. Noti's que, en la proposició I,1, la força tal qual és exemplificada per l'alteració del moviment uniforme, un afer que reiterarà fins al límit; per dir-ho així: el geni anglès incorpora en les raons i les proporcions allò que es troba implicat en la concepció quantitativa de força.

El marc dels *Principia* suposa un conjunt extraordinari d'aportacions que provenen d'afers diversos: segueixen elements tradicionals i alhora incorpora novetats sorprenents; es mostra una exemplificació geomètrica i hi ha un domini de raons i proporcions; sembla que hi hagi una fidelitat als mètodes tradicionals i ensenya la seva perícia en els límits; el lector és seduït a seguir els gràfics, i la força s'hi troba en els canvis pels quals es manifesta, o si no esdevé interpretada per alguna mesura proporcional; apareix una munió de línies i punts que fan de centres, i s'hi manté com a factor fonamental el càlcul numèric a través de raons i de proporcions, dels límits i de les implicacions del concepte formalitzat de la força.

Un hom hauria de circumscriure ben bé un model geomètric – quan s'hi constata les habilitats incloses en la proporcionalitat, en els límits i en la concepció de la força – *a ser el mitjà a través dels qual es defensa (i s'esbossa) com s'imagina els afers, i a ser un auxiliar en les relacions quantitatives.*

L'estratagema geomètrica lliura la possibilitat de gaudir d'una perspectiva plàstica a mida humana del com són les coses. Sí, interpretada amb simplificació i idealització: però es tracta que un hom no pot pensar altrament les relacions d'un univers (o les internes d'un àtom).

Si el vessant quantitatiu ha d'anar dirigit en l'accepció que un hom deu saber que cerca alguna cosa – Newton, per exemple, cercava comprendre el moviment dels planetes – el raonament físic progressa en la mesura que enceta a trobar (aquí) algun fil conductor enmig de raons i porcions, de límits i de conseqüències interessants.

El període entre Galileu i Newton esdevé el que fa palès el paradigma del raonament *físic* posterior – és obvi que el raonament matemàtic en els grecs arribà a extrems excels –, i llavors el tall amb un pensament pregalileà (o prenewtonià) no el lliuraria una qualsevol quantificació, sinó l'exercici d'un específic pensament quantitatiu: sense l'abandó de les exigències metodològiques tradicionals, i sense l'exercici d'un pensament lliure quantitatiu gràcies a l'àlgebra i al càlcul infinitesimal, s'haguessin introduït en la teoria física obstacles al seu progrés ininterromput, i àdhuc l'hagués fet potser no viable.

8. La hipòtesi i la confirmació.

Newton rebutjà les hipòtesis interpretatives cartesianes en profit de l'observació i la inducció. Ben mirat, però, no cal seguir les idees de l'autor a l'entorn de la ciència.

¿Cal, tanmateix, admetre les teories de la ciència a tall d'hipòtesis?

Algú potser encara defensarà el caràcter hipotètic d'una teoria pel fet que un sol cas que li sigui contrari la invalidaria: però això sembla ignorar que els genèrics són deixes dels particulars, que en cap cas no recullen casos particulars, i que per tant cap genèric no està per a pautar els particulars, sinó com un instrument per a pensar. D'aquí que, en aquesta accepció, no valgui la pena de parlar d'hipòtesi.

Més aviat una teoria sembla certament alguna exposició que assumeix provisionalment quelcom a l'espera de la seva utilitat per a comprendre fenòmens i per a preveure esdeveniments.

Ocorre que no deu ser possible de fer hipòtesis així sense un aprenentatge suficient de la matemàtica, si és el cas, sense el coneixement de tot tipus d'experiències i d'experiments, sense l'estudi de les teories dels altres. Les hipòtesis serien la resultant d'un estira-i-arronsa dialèctic a múltiples bandes, i és precisament des d'aquí que un hom pot albirar què és una hipòtesi, que no és cap caprici, una cabòria del pensament, un voluble «i si».

Llavors s'admetrà que l'estudiós es troba abocat a les coses i al domini de molts afers. Àdhuc es podria afegir així i tot que el recercador no deu entomar una hipòtesi des de la seva descreença: més aviat hi deu desplegar convicció, àdhuc entusiasme. La cerca de l'experiment i de l'observació que ho corrobori no mostraria tant la conseqüència posterior necessària (Galileu coneixia abans la resultant que la hipòtesi) com la necessitat de gaudir d'un marc conjunt el més complet possible. L'individu veu i pensa, i això ho fa en un qualsevol ordre: li plau que uns afers relliguin amb els altres, que hi hagi coherència. L'home és així: l'investigador no s'aparta del capteniment comú quan un hom no resta en el més manifest.

¿Acceptaria algú algun pensament que mai no tingués cap possibilitat de previsió o de fer endegar quelcom? Mentre una teoria descriptiva que explica fets es manté fins que el nombre d'experiències va fent palès que no sembla massa reeixida, o una explicació unitària sobresurt per damunt d'aquella i de tots els afegits auxiliars, que la complementarien, una teoria en conjunt necessita més: cal no sols que faci comprendre, sinó que resti coherent des del punt de mira quantitatiu, quan és el cas. En aquesta darrera circumstància sembla que aventurar una relació quantitativa impliqui exposar un pensament. Per això hi pot haver un ordre invers en la recerca física.

9. De la força centrípeta a la gravetat (llibre III,1-5).

Als *Principia*, un dels llibres més atractius de la història de la ciència, un hom hi troba sempre noves suggerències i indicacions. Cal sols recordar ara que el raonament que segueix el llibre I – sobre un suport geomètric, d'acord amb una discurs quantificador, també de

moviment, de temps, de força; que no s'està de no excloure el que hi de formalitzat en la força, que segueix raons i proporcions, que domina el tractament de límits – permet arribar a les conclusions assumides en el llibre III.

En efecte l'admissió que els satèl·lits de Júpiter i de Saturn (la Lluna també pel que fa l'àrea), per mitjà de radis des del centre del planeta, i els planetes, per mitjà de radis des del Sol, descriuen àrees proporcionals als temps de descripció, i que els seus temps periòdics són en la raó sesquiplificada $[T/r^{1.5}]$ del semidiàmetre corresponent de l'òrbita dels satèl·lits o de les distàncies mitjanes dels planetes al Sol, tot resumit en el llibre III, dóna peu a acceptar, des de les demostracions del llibre I, que les forces que mantenen els astres en la seva òrbita són inversament proporcionals al quadrat de les distàncies dels llocs dels satèl·lits i planetes al seu centre o focus respectivament.

Fent una passa més aquesta força és la gravitatòria, si més no per al cas de la Lluna; anuncia «la Lluna gravita cap a la Terra, i per la força de la gravetat s'aparta del moviment rectilini i queda retinguda en el seu orbe»: en efecte calcula el versinus de l'arc que la Lluna descriuria pel seu moviment mitjà a una distància de 60 semidiàmetres de la Terra en el transcurs d'un minut, versinus que val $15 \frac{1}{12}$ peus de París, o més exactament 15 peus, 1 polzada i $1 \frac{4}{9}$ línies.

Newton ara dedueix, dels efectes de la força que desvia la Lluna del moviment uniforme rectilini, el recorregut de caiguda d'un greu sobre la Terra – suposant la validesa de la hipòtesi general de l'autor: que la força que desvia la Lluna és la mateixa que fa caure els cossos damunt la Terra, la gravetat.

«Per la qual cosa, com aquella força augmenta, quan s'apropa a la Terra, en la raó duplicada inversa de la distància, d'aquí que sigui major en la superfície de la Terra 60x60 vegades més que en la Lluna. El cos, caient amb aquella força en les nostres regions, hauria de descriure, en el transcurs d'un minut, $60 \times 60 \times 15 \frac{1}{12}$ peus de París; i en el transcurs d'un segon $15 \frac{1}{12}$ peus, o més acuradament 15 peus, 1 polzada i $1 \frac{4}{9}$ línies. I per la mateixa força els greus descendeixen de fet a la Terra. Car els pèndols que baten al segon

d'oscil·lació en la latitud de París fan de longitud tres peus de París i $8\frac{1}{2}$ línies, com ha observat Huygens. I l'alçada que el greu descriu caient en el temps d'un segon és a la meitat de la longitud del pèndol esmentat en una raó doble de la raó entre la circumferència del cercle i del seu diàmetre (com també ho ha indicat Huygens), i per tant és de 15 peus de París, 1 polzada, $1\frac{7}{9}$ línies. I en conseqüència la força per la qual la Lluna és retinguda en el seu orbe, si es descendeix a la superfície de la Terra, es comporta igual a la força de la gravetat aquí entre nosaltres».

Després (III,5) generalitza la força de la gravetat:

«Corol·lari II. La gravetat respecte de qualsevol planeta és inversament proporcional al quadrat de la distància dels llocs al seu centre».

El corol·lari III esmenta les pertorbacions dels astres entre si, incloses les marees, i l'escoli afegeix:

«Fins aquí hem dit centrípeta aquella força en què els cossos celestes són retinguts en les seves òrbites. Aquesta força consta ja que és la gravetat, i per això l'anomenarem gravetat en endavant. Car la causa d'aquella força centrípeta per la qual la Lluna és retinguda en l'orbe, cal estendre-la per a tots els planetes d'acord amb les regles I, II i IV».

10. Els cossos graviten cap a tots els planetes. Els pesos dels cossos cap a un qualsevol planeta, a distàncies iguals del centre del planeta, són proporcionals a la quantitat de matèria dels cossos atrets (llibre III,6).

La important proposició III,6 generalitza la pesantor; literalment fa així:

«Tots els cossos graviten en cadascun dels planetes, i els seus pesos en un qualsevol planeta, a iguals distàncies del centre del planeta, són proporcionals a la quantitat de matèria de cadascun».

Newton remet al fet que des de fa força temps s'observa que els cossos pesants de qualsevol mena cauen a la Terra, des d'altres

iguals, en temps iguals, cosa que es pot establir fàcilment amb l'ús de pèndols. Ell mateix ho féu amb or, plata, plom, vidre, sal, fusta, aigua i blat, col·locats en cada cas dins de caixes esfèriques iguals de fusta, de manera que el pesos dels seus continguts fossin els mateixos (el mateix pes d'or, per exemple, i de fusta, introduïts dins de la respectiva esfera), i col·locats en els centres d'oscil·lació de les esferes de fusta. Suspeses doncs en fils de 11 peus, eren dos pèndols perfectament iguals de pes i forma (i amb la mateixa resistència de l'aire), amb l'afegit que oscil·laven exactament igual. Llavors Newton remet a II,25, corol·laris 1 i 6, (una aplicació al pèndol de la segona llei del moviment), per a concloure:

«L'abundància [*copia*] de matèria en l'or (pels corol·lari I i VI, proposició 25, llibre II) és a l'abundància de matèria en la fusta com l'acció de la força motriu en tot l'or a l'acció de la mateixa força motriu en tota la fusta; això és, com el pes al pes. I així en els altres».

Si les gravetats acceleratrius de satèl·lits (de la Terra i de Júpiter) i planetes (respecte del Sol) són inversament proporcionals respectivament al quadrat de les distàncies al centre de la Terra, de Júpiter, del Sol, llavors aquells astres caurien cap al seu centre d'atracció amb una gravetat acceleratriu inversament proporcional al quadrat de la distància al seu centre. I tots els cossos que es trobessin a la mateixa distància del seu centre, descriurien espais iguals en temps iguals: tanmateix les forces que acceleren igualment cossos desiguals han de ser com aquests cossos (segona llei), els pesos d'aquests cossos seran com les seves quantitats de matèria.

La proposició va lliurant molts afers interessants. Basti recordar que el corol·lari II estableix que tots els cossos de la Terra hi graviten, i que els seus pesos, a distàncies iguals, es com la seva respectiva quantitat de matèria. Rebutja explícitament que l'èter d'Aristòtil i Descartes en sigui una excepció. Els corol·laris III i IV apunten d'acceptar el buit. El V defensa que la gravetat és d'una natura diferent del poder magnètic (aquest no és de tots els cossos, no segueix la llei del quadrat invers).

11. La gravetat és de tots els cossos i proporcional a la quantitat de matèria de cadascun dels cossos atraients (llibre III,7).

Establert que els astres graviten els uns cap als altres, i que la força de la gravetat cap a un en particular és inversament proporcional al quadrat de la distància des del lloc considerat al centre de l'astre i directament proporcional a la respectiva quantitat de matèria de l'atret, III,7 remet a I,69 i corol·laris per a establir que la gravetat en tots els astres és proporcional a la matèria que aquests mateixos cossos atraients contenen.

«Proposició LXIX, Teorema XXIX. [llibre I]

En el sistema de múltiples cossos A,B,C,D, etc., si qualsevol cos A atreu tots els altres B,C,D, etc., amb forces acceleratrius que són inversament proporcionals als quadrats de les distàncies al cos que atreu; i un altre cos B atreu també els altres A,C,D, etc., amb forces que són inversament proporcionals al quadrat de les distàncies al cos que atreu: les forces absolutes cap a l'un i cap a l'altre del cossos A,B que s'atrauen seran com són els mateixos cossos A,B dels quals són les forces.

Car les atraccions acceleratrius de tots els cossos B,C,D cap a A, a iguals distàncies, són iguals les unes a les altres per hipòtesi. Semblantment les atraccions acceleratrius de tots els cossos cap a B, a iguals distàncies, són iguals les unes a les altres. Però la força atractiva absoluta del cos A és a la força atractiva absoluta del cos B, com l'atracció acceleratriu de tots els cossos cap a A a l'atracció acceleratriu de tots els cossos cap a B, a iguals distàncies. I així és l'atracció acceleratriu del cos B cap a A a l'atracció acceleratriu del cos A cap a B. Però l'atracció acceleratriu del cos B cap a A és a l'atracció acceleratriu del cos A cap a B com la massa del cos A a la massa del cos B; per tal com les forces motrius, que (per les definicions segona, setena i vuitena) són com les forces acceleratrius i els cossos atrets conjuntament, són aquí (per la tercera llei del moviment) iguals l'una a l'altra. Per tant la força absoluta atractiva del cos A és a la força absoluta atractiva del cos B, com la massa del cos A a la massa del cos B. Q.E.D.»

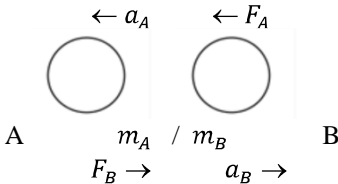
Les forces acceleratrius essent inversament proporcionals als quadrats de les distàncies, les acceleracions dels cossos cap a A són iguals entre si a

iguals distàncies. La mateixa cosa passa en tots els cossos que tendeixen cap a B.

Noti's que els conceptes físics de Newton contenen una càrrega descriptiva més gran, que per tant esdevenen més difícils de fer abstractes: parla de «la quantitat absoluta d'una força centrípeta» (cf. definició VI: «La quantitat absoluta d'una força centrípeta és una mesura seva més gran o més petita d'acord amb l'eficàcia de la causa que la propaga des d'un centre per les regions al voltant»), de «la quantitat acceleratriu d'una força centrípeta» (cf. definició VII: «La quantitat acceleratriu d'una força centrípeta és una mesura proporcional a la velocitat que genera en un temps donat»), i de «la quantitat motriu d'una força centrípeta» (cf. definició VIII: «La quantitat motriu d'una força centrípeta és una mesura seva proporcional al moviment que genera en un temps donat»).

Les «forces absolutes» seran doncs proporcionals a les acceleracions (forces acceleratrius) que provoquen a igual distàncies. Però per a indicar que les acceleracions cap a A i cap a B són com les masses de A i de B, remet a la mateixa noció de la força motriu (cf. definicions II, VII, VIII) i al fet que les forces motrius de A i de B han de ser iguals (lleï III). Llavors: si les forces absolutes són proporcionals a les acceleratrius que provoquen, i si les forces motrius són com els cossos atrets i les acceleracions, i han de ser iguals, llavors les forces acceleratrius seran com les masses dels cossos atraïents, per tant aquests seran proporcionals a les forces absolutes respectives.

$$[\text{forces atractives absolutes}] \quad \frac{F_A}{F_B} \propto \frac{a_A}{a_B} \quad \left[\frac{1}{d_A^2} \propto F_A \quad \frac{1}{d_B^2} \propto F_B \right]$$



Però [Definició II, VII i VIII]:

$$\frac{F^{M_A}}{F^{M_B}} \propto \frac{a_A \times m_B}{a_B \times m_A} \left[\frac{\text{força motriu de A amb una acceleració } a_A}{\text{força motriu de B amb una acceleració } a_B} \right]$$

i $F^{MA} = F^{MB}$ [Llei III].

$$\begin{array}{l} \text{Llavors:} \\ \text{Per tant:} \end{array} \quad \begin{array}{l} \frac{a_A}{a_B} \propto \frac{m_A}{m_B} \\ \frac{F_A}{F_B} \propto \frac{m_A}{m_B} \end{array}.$$

Noti's una altra vegada que es distingeix entre la força atractiva absoluta, que és la causada per un cos a un altre en general atret i que provoca una acceleració (la força acceleratriu); i la força motriu, que és la causada per un cos a un altre atret pel fet de tenir massa i acceleració.

La proposició III,7 afegeix que totes les parts de l'astre A gravitant cap a un altre B, la gravetat de cada part serà a la gravetat del tot com la matèria de la part a la matèria del tot. Però segons la llei III a cada acció correspon una reacció igual, per tant cada part de B gravitarà cap a A, etc. O dit d'una altra manera: que, en l'atracció entre dos astres, la gravetat d'un primer astre A cap al segon B és proporcional a la quantitat de matèria de A – per la Llei III la reacció igual fa que la gravetat de B cap a A sigui proporcional a la quantitat de matèria de B. Literalment:

«Encara més: quan totes les parts d'un qualsevol planeta A graviten cap a un qualsevol planeta B, i la gravetat de cada part és a la gravetat del tot com la matèria de la part a la matèria del tot; i quan a tota acció la reacció (per la tercera llei del moviment) és igual: al seu torn el planeta B gravitarà des de totes les parts al planeta A, i la seva gravetat en cadascuna de les parts serà a la seva gravetat en el tot com la matèria de la part a la matèria del tot. Q.E.D.»

El corol·lari II recorda una vegada més que la gravetat cap a les diverses partícules iguals d'un cos és inversament proporcional al quadrat de les distàncies del lloc considerat a les partícules.

El lector d'avui deu trobar complicat la manera d'expressar-se de l'autor anglès pel fet que es nota que pensa descriptivament, ultra de fer-ho per proporcions. Amb Newton un hom pot afigurar-se l'escena per la qual un cos pesa o/i que aquest pes depèn també del cos que

atreu. Tot això tendeix a esvair-se en les presentacions més contemporànies.

En aquesta accepció la tercera llei del moviment es palesa cabdal, i aquestes dues darreres proposicions mostren que Newton no es troba només lligat al quantitatiu, sinó que hi pensa d'acord amb la seva mateixa marxa intel·lectual: rellegeixi's la proposició I,69 a poc a poc i noti's com hi ha una figuració entre cossos atraient-se mútuament i una resolució de les conseqüències d'un tal fet.

12. Pesos i densitats.

Una deducció del que no és a mà des de l'adquirit.

La proposició III,8 dedueix la relació de pesos d'un cos que es troba successivament a la mateixa distància dels centres del Sol, de Júpiter, de Saturn i de la Terra, o bé la relació de pesos en la superfície del respectiu astre (corol·lari I). Amb la primera relació se sap alhora la relació entre les quantitats de matèria dels astres (corol·lari II) perquè aquestes quantitats són com les forces de la gravetat a distàncies iguals dels seus centres. Amb les dues relacions alhora es pot saber la relació de densitats dels astres (corol·lari III) i la seva conseqüència (corol·lari IV).

La III,10 és plena de suggerències. El teorema defensa que els moviments dels planetes poden subsistir moltíssim temps. Ara insistirem sols en la naturalitat amb què s'escriu, per exemple, el següent fragment, que es troba enmig de la discussió que duu al seu enunciat (els moviments dels planetes poden conservar-se moltíssim):

«Certament que el globus de la nostra Terra sigui més dens que si tot constés d'aigua, ho entenc així. Si tot aquest globus fos aquós, qualsevol cosa que fos més rara que l'aigua emergiria i suraria per la seva gravetat específica menor. Per aquesta causa si un globus de terra, cobert per tots costats d'aigua, emergís per algun lloc, també tota l'aigua, fluint des d'aquell lloc, s'aplegaria en la regió oposada. I tal és la raó de la nostra Terra circumdada en gran part per mars. Allò que no fos més dens emergiria de les mars, i en una part seva sortiria fora de l'aigua segons el seu grau de lleugeresa, mentre tots els mars confluïrien en la regió oposada. Pel mateix argument les taques solars són més lleugeres que la matèria brillant solar on suren. I en la formació de

qualsevol mena de planetes amb aigua, tota la matèria més pesada que era massa fluida en aquell temps s'adreçarà al centre. D'on, com la terra comuna més alta [*que sobresurt per damunt l'aigua*] és gairebé el doble més pesada que l'aigua, i una mica més avall, en les mines, es descobreix quasi el triple més pesada o el quàdruple, àdhuc el quíntuple: llavors és versemblant que l'abundància [*copia*] d'aquella matèria en la Terra sigui gairebé el quíntuple o el sèxtuple més gran que si tota constés d'aigua; sobretot quan la Terra és quasi quatre vegades més densa que Júpiter tal com s'ha vist abans. Per tant si Júpiter fos una mica més dens que l'aigua, en l'espai de trenta dies, en els quals hauria descrit la longitud de 459 semidiàmetres [*agafant com a mesura el radi del mateix planeta*], perdria, en un medi de la mateixa densitat que el nostre aire, aproximadament la desena part del seu moviment. En realitat com la resistència dels medis disminueix en raó del pes i de la densitat, així l'aigua, que en les seves parts és $13\frac{3}{5}$ més lleu que el mercuri, resisteix menys [*que el mercuri*] en aquella raó; i l'aire, que en les parts és 860 més lleu que l'aigua, resisteix menys [*que l'aigua*] en aquella raó: si es puja als cels, on el pes del mitjà on es mouen els planetes disminueix extraordinàriament, la resistència pròpiament cessarà».

S'hi mostra un paisatge que revela una vegada més l'amplitud de mires de l'autor, que suggereix quelcom que convé de retornar-hi de tant en tant, ara sols apuntat: la raó s'ensenya per l'observació, i també és capaç, amb l'ajut o sense de la imaginació, de reproduir el que s'ha assumit fora del seu context (per tant en un altre escenari). La reelaboració del que ha après, anant més enllà d'un afer específic, mostra un domini que ha permès nous perllongaments.

13. «El centre del sistema del món està en repòs» (hipòtesi).

La hipòtesi newtoniana d'un centre del món en repòs s'hauria de tenir en principi com una expansió més de pensament, talment com s'hi ha estès en la proposició III,10. Certament un hom no ha observat que el centre del món sigui immòbil com no ho ha fet que la resistència dels medis planetaris sigui mínima. S'hi pensa des del que ha après. El títol d'«hipòtesi» es lliura aquí per *una preferència d'una pensament*. La física no pot deixar de ser hipotètica en alguna

accepció: una apel·lació explícita d'una hipòtesi es deu a la seva discrecionalitat.

La hipòtesi newtoniana que el centre del sistema del món està immòbil marca una preferència davant el que Newton sap perfectament (Proposició III,11): que una hipòtesi diferent deixaria tal qual els càlculs en conjunt del *Principia*; per exemple, dins d'un marc inercial.

*

La proposició III,12 defensa que el centre comú de gravetat del Sol i del tots els planetes ha de ser considerat com el centre del món, per tant en repòs. El Sol, d'acord amb les diverses posicions dels planetes, ha de moure's contínuament en totes les direccions, però mai es distanciarà molt d'aquest centre.

En tot això els detalls es fan cabdals: la proposició III,13 preveu les pertorbacions entre els planetes i treballa la molt rellevant de Júpiter sobre Saturn.

La III,14 toca els afelis i els nodes dels planetes (manté que els estels són fixos). Les dues proposicions següents són problemes que resolen com determinar els diàmetres principals, les excentricitats i els afelis, de les òrbites dels planetes.

Després (III,17) apunta que els moviments diürns [un gir sobre el seu eix] dels planetes són uniformes i que la libració (en longitud) de la Lluna es deu al seu moviment diürn. El moviment diürn dels planetes fa que la seva esfera no sigui perfecta (III,18).

La proposició III,19 estableix el problema de determinar la proporció entre l'eix d'un planeta i els diàmetres que li són perpendiculars. Ho fa sobretot per a la Terra i sorprèn pel fet d'aportar observacions des d'un pèndol a la latitud de París, i de llançar-se al càlcul de les forces centrífugues a la latitud de París i a la de l'equador, que té en compte a l'hora d'equilibrar, d'acord amb una proporció, un cos situat a París amb un a l'equador, de manera que, amb l'ajut d'altres càlculs, és capaç de lliurar una relació entre el diàmetre de la Terra en l'equador i l'eix de pol a pol, cosa que permet (a través de la quantitat sabuda del semidiàmetre mitjà de la Terra)

conèixer la magnitud de les dimensions esmentades. La proposició conclou amb una deducció, també decidida, de les mides dels eixos de Júpiter, resultant que compara amb les observacions lliurada pels astrònoms. Newton afegeix que «la teoria està d'acord amb els fenòmens» (*congruit igitur theoria cum phaenomenis*).

La següent proposició (III,20) resol admirablement la manera de comparar entre si els pesos dels cossos en les diferents regions de la Terra. Partint de la relació de pesos entre l'equador i el pol calcula el seu increment des de l'equador al pol d'acord amb l'increment de la latitud. Les longituds dels pèndols que oscil·len en temps iguals essent com les forces de la gravetat, un hom pot calcular la longitud del pèndol que oscil·li amb el mateix temps en una qualsevol latitud de la Terra des de la correcció del pes per a la latitud de cada lloc. Més endavant compara la taula resultant amb una munió d'observacions amb pèndols d'astrònoms francesos que hagueren d'escurçar llur longitud per a fer-los oscil·lar per segons en latituds properes a l'equador.

La proposició III,21 apunta el retrocés dels punts equinoccials i la nutació de l'eix de la Terra (remet a la I,66).

La I,66 (i els seus corol·laris) permet també comprendre (III,22) les principals desigualtats dels moviments de la Lluna observades pels astrònoms i deduir d'aquests moviments les desigualtats en els moviments dels satèl·lits de Júpiter i Saturn (III,23). Un punt i a part es troba en la proposició III,24 a propòsit del flux i el reflux del mar per l'acció del Sol i sobretot de la Lluna: apunta quan hi ha marea alta i baixa, quan es presenta el fenomen amb el màxim efecte, i per què va essent variable al llarg de l'any; les quadratures del Sol i de la Lluna, les sizígies entre els tres astres, les seves distàncies variables, les seves declinacions també canviant, van permetent-ne una aproximació. Detalla les dues marees altes i les dues baixes diàries, llur comportament en els dos hemisferis, les forces de reciprocació degudes a la inèrcia de les aigües, i com els entrebancs que pateixen el flux i el reflux de les aigües màximes poden condicionar la resultant

final de les mareas diàries (que rebla amb l'observació dels mariners del lloc)¹².

El llibre III consagra les últimes proposicions, que són totes problemes, a l'estudi de la Lluna. Determina les forces amb què el Sol pertorba els moviments de la Lluna d'acord amb I,26 (proposició III,25). Es calcula la variació de l'àrea recorreguda per un radi que la uneix a la Terra per la influència d'aquestes pertorbacions (III,26, de lectura prou difícil), la distància de la Lluna a la Terra (III,27), una colla de càlculs prou arduos duen a lliurar els diàmetres de l'òrbita del nostre satèl·lit si no hi hagués excentricitat (III,28), i alguna variació més de l'òrbita de la Lluna, les últimes determinacions de la qual (fins ara ha estudiat les variacions en òrbites no excèntriques) deixa en mans dels astrònoms (III,29). Després estudia el moviment horari dels nodes de la Lluna en una òrbita circular (III,30) i en una òrbita el·líptica (III,31). La següent (III,32) troba els moviments mitjans dels nodes en l'any sideral, que és de $19^{\circ}18'1''23'''$, mentre que segons les taules astronòmiques és de $19^{\circ}21'21''50'''$ (la diferència es deuria a l'excentricitat de la Lluna i a la seva inclinació respecte del pla de l'eclíptica): Newton ha estat calculant d'acord amb algunes dades astronòmiques i sobretot d'acord amb les seues pressupòsits de l'eficàcia de les forces atractives que pertorben el moviment de la Lluna, i sens dubte es va replant el fet que tots aquests proposicions motiven l'admiració del seu lector. La darrera (III,33) cerca el moviment vertader dels nodes de la Lluna i acaba amb les següents paraules: «tota la qual cosa quadra del tot amb els fenòmens celestes».

¹² La magnífica exposició de l'origen de les mareas recull doncs les conclusions a patir del domini del model astronòmic que té en compte observacions fetes de diferents tipus i de llocs varis i que és coherent amb la gravitació. Tot plegat fa un conjunt més i més plausible en la mesura que resten explicats els moviments del mar amb l'ajut de les latituds i les longituds dels de la Lluna (i el Sol) en el temps i en el lloc d'observació.

III

NOTES FINALS

1. La gravitació universal de Newton compendia moltes coses, i palesa un final reeixit de la capacitat d'innovació de l'autor.

Independentment de com es pensa ara el sistema solar, Newton ensenyà que cal concebre una força d'atracció entre el Sol i els planetes, cosa que vol dir que aquesta força, quelcom que un hom suggereix que ocorre efectivament, no es pensa independentment d'una quantificació de moviment i de comparació de cossos.

Hi ha la nova concepció d'una força: a més a més la rellevant circumstància de pensar segons un esquema on intervenen els esbossos geomètrics, les idealitzacions corresponents, les observacions que sols tenen sentit dins d'una manera de comprendre els cels.

Una força d'atracció mútua era quelcom que es tenia present entre els estudiosos de l'època de Newton: les forces magnètiques es palesen precisament en els moviment dels cossos que s'apropen (o es repel·leixen). Havia d'haver-hi quelcom perquè els fets eren els canvis en cossos: l'atracció i la repulsió esdevenien fenòmens naturals, eren la manifestació patent de les forces, o el que fos que estava actuant-hi.

Que Newton no pensés en forces magnètiques, i sí en d'altres forces atractives, pot tenir un fonament comprensiu (la primera llei de Kepler fa suggerir que hi ha sols atraccions, i que deu haver-hi alguna aproximació quantitativa on es pugui comprometre aquelles forces, per exemple). Sigui com sigui la força d'atracció tornaria a ser aquí la manera de parlar referida al molt quotidià esdeveniment de caure els objectes a terra, i projectada a l'estudi del sistema solar engendrat per un pensament desbordant. En el supòsit hi hauria forces, i forces d'atracció (mútues perquè no hi ha més motiu en l'un cos que en l'altre, i en qualsevol cas les implicacions quantitatives anirien confirmant-ho o no).

2. En la força hi ha allò que s'hi troba compromès, és a dir, el canvi en el moviment i la comparació de cossos. Un afer dinàmic deixa adjuntar una quantificació de l'esdeveniment: un hom pensa força i calcula canvi de moviment, comparacions de cossos, l'única manera de quantificar quelcom en el fet d'haver-hi força. Quan s'escriu:

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a}$$

es pensa força i es quantifica canvi de moviment i comparacions¹³.

El pensament de forces en els moviments dels cossos celestes, i en els greus que cauen a terra, no ho fa altrament. Tanmateix un hom ignorant la quantitat de cos dels astres, i àdhuc no sabent com aconseguir directament una quantificació del canvi de moviment, el pensament d'una força d'atracció no sembla poder tenir cap efecte quantitatiu. És necessari doncs, com féu Newton, de suposar, en el cas de l'encert quantificador de la força, que les conseqüències quantitatives d'un canvi de moviment que es desconeix, i d'uns cossos que no se sap quant valen, convergeixin amb les resultants de prendre un hom com a punt de partida la defensa de l'òrbita el·líptica dels planetes amb el Sol en un dels focus, el manteniment de la llei d'àrees, i la proporció de períodes i distàncies mitjanes de la tercera llei.

Una concepció física (la força), que s'ha pensat implicada en canvis de moviment i comparacions, ha estat també duta a terme perquè s'ha volgut dar una solució a les lleis de Kepler. És possible de dur-hi des del que es troba implicat en la força.

Per això hi ha un problema de càlcul mentre un hom se circumscriu a la quantificació implicada en un canvi de moviment.

Tot això ho fa Newton en el llibre I: la proposició I,1, esmentada dalt, ja demostra la proporcionalitat d'àrees i de temps en cossos que giren al voltant d'un centre [segona llei de Kepler]; la I,11 estableix que la força que tendeix al focus de l'el·lipse [primera llei de Kepler], quan es tracta d'un cos que la recorre, ha de ser recíprocament en la raó duplicada de la distància al focus referencial; i el corol·lari VI de la proposició I,4 diu que, si els temps periòdics són en la raó sesquuplicada dels radis [$T^1/r^{1,5}$], les forces centrípetes seran

¹³ Hi ha també aquí un afer de representació vectorial de les magnituds, que ara es pot deixar de banda.

recíprocament com els quadrats dels radis (i ho rebla en la proposició I,15 per a les el·lipses: el corol·lari se circumscrivia a trajectòries en cercles) [tercera llei de Kepler]. Es lliura raó amb unes poques proposicions de les tres lleis de Kepler a partir de concebre les implicacions d'un cos sota l'efecte d'una força centrípeta, i les proposicions que cal suposar-hi més si ha de recórrer una òrbita el·líptica (les lleis segona i tercera de Kepler van connectades pel càlcul proporcional i l'ús de límits en Newton).

3. Val la pena de repetir quelcom que ja s'ha trobat dalt: si un hom atén la literalitat de l'escrit de Newton (cf. per exemple, *Principia* I,69; III,7 citats dalt) sembla que el seu raonament per a establir la proporcionalitat de la força d'atracció amb les masses respectives del cos atret i del cos atraient es basa en la mateixa concepció de la força i del principi d'acció i reacció: (1) la força d'atracció amb la qual un cos *A* atrau un cos *B* és proporcional a l'acceleració que provoca (a_A); (2) la força d'atracció amb la qual un cos *B* atrau un cos *A* és proporcional a l'acceleració que provoca a_B ; (3) pel principi d'acció i de reacció, si $M_A a_B = M_B a_A$ llavors $M_A/M_B = a_A/a_B$, és a dir, la força amb la qual *A* atrau el cos *B* també és proporcional al cos *A* (M_A) a banda de proporcional al cos *B*, etc.

D'altra banda avui no és estrany de veure deduir la tercera llei de Kepler des de la llei de la gravitació universal. Si més no Newton extragué la tercera llei a partir del moviment dels cossos que giren el·lípticament amb una força centrípeta que és inversament proporcional al quadrat de la seva distància al focus (cf. I,15).

4. Sigui com sigui Newton lliurà un treball coherent amb el fet que la força planetària entre el Sol i el planeta hauria de ser proporcional a la massa de cadascun, quelcom que versemblantment fou la resultant d'un estira-i-arrosa de pensament físic, que tingué en compte els pesos i les lleis de Kepler, i que possibilità l'engendrament de nous estris teòrics (massa, quantitat de moviment, força inercial, força impresa, força centrípeta, força absoluta d'una força centrípeta, força acceleratriu d'una força centrípeta, força motriu d'una força centrípeta) per a fer-ho encaixar tot, àdhuc en els detalls.

D'altra banda no és estrany que les exemplificacions de la mateixa gravitació universal obliguin a fer-ho a través d'un cas únic cada vegada palesant que allò que és general no recull de cap de les maneres allò particular en persona. Newton assajà de contrastar el seu treball gràcies a la comparació de cossos i de raons. Així ho féu, com s'ha dit dalt, quan comparà la desviació de la Lluna cap al centre de la Terra i la caiguda d'un cos sobre la superfície, o potser fins i tot quan tingué present les dades conegudes de satèl·lits i planetes. En qualsevol cas un hom no pot estar-se de considerar un cas únic cada vegada.

5. Els homes començaren contemplant el cel i els astres que s'hi veuen a cop d'ull, procuraren fixar-ne les posicions pel record o amb l'ajuda d'algun instrument, confeccionaren algunes taules, van afigurar-se moviments: el moviment diari del cel, el moviment de la Lluna, el del Sol pel Zodíac, el dels planetes i n'imaginaren unes òrbites. Un hom ho pensà com ho pogué fer: el cas és que el pensament fou capaç de trobar-hi un cert encaix. Això es perllongà amb els mesuraments de la posició dels astres perquè s'assajà de col·locar-los d'acord amb l'univers que un hom havia pensat, i alhora aquestes noves coordenades i nous aparells podien anar ajustat el conjunt de la visió cosmològica.

Es pensa en els moviments dels astres, i el model astronòmic resultant, que permet que hi hagi una intenció en l'ús d'aparells i de mesuraments, es troba com a model mòbil en el pensament. Però s'hi troba també així com a cerca que encaixa, no una cabdria, sinó allò que s'hi esdevé, en els cels.

La gravitació universal deu ser el clímax de l'obra newtoniana, potser la clau de volta de la seva mecànica.

S'hi palesa certament quelcom que val per a les lleis de Kepler i l'estudi de l'òrbita dels astres: la circumstància que hi ha molt pensament físic, que s'acompanya del prodigi del domini quantitatiu i d'una capacitat sorprenent d'innovació de mitjans teòrics.

Cal deixar ja als historiadors de la ciència els seus detalls. La present consideració apunta més aviat que la recerca física, assumint qualsevol càlcul i provocant-ne, desenvolupa les circumstàncies

referides als lligams entre pensaments, a les concepcions resultants que fan comprendre quelcom (la massa, la força, la quantitat de moviment, etc.), al cap i a la fi a tot allò que s'és capaç d'aportar dins d'un camp de problemes.

Que no hi ha ciència d'aquesta realitat material sense matemàtica ja ho digué el savi anglès, que una vegada més deu allisonar al filòsof d'avui que cal no barrejar indiscriminadament allò que es deu a la geometria, allò que es deu a la quantitat numèrica i allò que es deu a l'expressió descriptiva.

L'anomenada filosofia de la ciència deu haver de pensar de nou allò pretesament ja pensat per un qualsevol innovador de la ciència. Tanmateix la tasca d'un qualsevol estudi seu hauria de procurar, no sols de comprendre què s'hi exposa, sinó també anar més enllà en un esforç d'explicitar-hi una interpretació del seu coneixement.

En efecte la filosofia de la ciència és simplement filosofia. Difereix de la ciència per la pretensió d'una explicitació de supòsits del que ja és un resultat abastat i un contingut dominat. Per tant en difereix prou per la pretensió de trobar-hi quelcom que també sembla rellevant: car estudia què hi ha, per tant què hi ha des d'uns tals resultats i continguts.