

LA LòGICA

Objecte de la lògica

Ciència, disciplina, que estudia el raonament correcte.

1

- Si el senyor Massó se salta el semàfor en vermell, al senyor Massó li posen una multa.
- El senyor Massó s'ha saltat el semàfor en vermell.
- Aleshores, al senyor Massó li posen una multa.

2

- Si el senyor Massó se salta el semàfor en vermell, al senyor Garcia li posen una multa.
- Al senyor Massó li posen una multa.
- Aleshores, el senyor Massó s'ha saltat el semàfor en vermell.

3

- Cap arbre és guàrdia de la circulació.
- Les alzines són arbres.
- Aleshores: Cap alzina és guàrdia de la circulació.

4

- Cap arbre és guàrdia de la circulació.
- Cap arbre és dona,
- Aleshores: cap dona és guàrdia de la circulació.

1: Correcte

2: Incorrecte Pot haver comès qualsevol altra infracció o delictes, a causa del qual li han posat la referida sanció

3: Correcte

4: Incorrecte Com ho demostra a primera vista el fet de que es parteix de dues afirmacions vertaderes i es conclou en una afirmació falsa.

OBSERVACIONS

a)

Existeix un ús natural i espontani de la lògica: en els seus raonaments, qualsevol individu normal utilitza i aplica un conjunt de lleis lògiques, tot i que tingui manca d'un coneixement complet i sistemàtic de les esmentades lleis lògiques, de forma similar que els qui parlem en català apliquem espontàniament les regles de la gramàtica catalana per bé que no les hàgim estudiat ni sapiguem formular-les.

- **Per tant, la ciència de la lògica estudia de forma completa i sistemàtica les lleis del raonament correcte.**

b)

La lògica només pot analitzar els raonaments per tal de valorar sobre la seva correcció o incorrecció **sempre i quan els raonaments estiguin expressats lingüísticament.**

En tant que processos mentals, els raonaments tenen lloc en la ment, en el pensament de cadascú i no es manifesten per als altres. Només si el raonament és manifest, pot ser analitzat. I els raonaments només són manifestos quan estan expressats, formulats en signes lingüístics.

Veritat i validesa

A vegades es diu que un raonament és vertader quan és correcte, vàlid; i també es diu que és fals, quan és incorrecte, no vàlid.

Però, quan es parla amb precisió, **seria millor** no dir d'un raonament que és vertader o fals, sinó dir **que és correcte o incorrecte, vàlid o no vàlid**.

Exemples.

1.

Si la Terra és un planeta, aleshores la Terra gira al voltant del Sol

La Terra és un planeta

Aleshores: La Terra gira al voltant del Sol.

2.

Si la Terra és un satèl·lit, aleshores la Terra gira al voltant d'un planeta.

La Terra és un satèl·lit

Aleshores: La Terra gira al voltant d'un planeta.

Exemple 1. Tant les premisses com la conclusió són vertaderes

Exemple 2. Són falses una premissa ("La Terra és un satèl·lit") i la conclusió ("La Terra gira al voltant d'un planeta")

Si ens atenem a la validesa o correcció, entre ambdós raonaments no existeix cap diferència: ambdós són vàlids, correctes, atès que les premisses de les que parteixen un i l'altre permeten extraure les seves respectives conclusions. Es tracta del mateix raonament en ambdós casos.

PRIMER RAONAMENT:

"La Terra és un planeta" (p)

"La Terra gira al voltant del Sol" (q)

1. $p \rightarrow q$ (si p, aleshores q) (primera premissa)

2. p (segona premissa)

Conclusió: Aleshores, q

SEGON RAONAMENT

La seva expressió lògica, formal és exactament la mateixa que la del primer. Es tracta, doncs, de la mateixa forma de raonament que és vàlida. **(El llenguatge formal prescindeix del significat)**

OBSERVACIONS

- La lògica no pot decidir sobre la veritat dels enunciat. No pot pronunciar-se sobre si és veritat o no que la Terra és un satèl·lit o si és veritat o no que els satèl·lits giren al voltant de planetes. Això li correspon dir-ho a un astrònom.
- La lògica es limita a establir quan unes determinades premisses –siguin vertaderes o no- permeten extraure una determinada conclusió. Si és així, el raonament serà vàlid, correcte. Si no és així, el raonament serà no vàlid, incorrecte.

Exercicis

- Coneixes alguna regla de transformació del llenguatge comú, a més de la que permet transformar la veu activa en passiva o a l'inrevés?
- En la fórmula $x - y = z$, ¿Quins símbols pertanyen al vocabulari primitiu i quins altres són operadors?
 - En aquesta fórmula, ídem: $p \rightarrow q$

3. Pot haver raonaments vàlids la conclusió dels quals sigui falsa?
4. Construir en llenguatge natural 4 raonaments que responguin al següent esquema (2 d'ells amb premisses vertaderes i els altres 2 amb alguna premissa falsa)

1. $p \rightarrow q$
 2. p
- Conclusió: q

Solucions

- 1) Una altra regla de transformació és la que regeix l'ús del pronom relatiu:
- "Tinc un fill estudiós" = "Tinc un fill que és estudiós" o bé "Tinc un fill que estudia molt"
- 2) Símbols del vocabulari primitiu (x, y, z). Operadors: "-", "=", "
- 3) Sí. Exemple:
 - Si Pere és viu, aleshores el seu cervell no funciona
 - Pere és viu
 - Aleshores, el seu cervell no funciona
- 4) No només és possible que existeixin raonaments vàlids la conclusió dels quals sigui falsa, sinó que també pot haver raonaments incorrectes (no vàlids) la conclusió dels quals sigui vertadera.

- Si la Terra és un satèl·lit, aleshores gira al voltant d'un planeta.
- La Terra és un satèl·lit
- Aleshores, la Terra gira al voltant del sol.

1. $p \rightarrow q$
 2. p
- Conclusió: r

Amb alguna premissa falsa:

- a)
 - Si Pere és viu, aleshores, el seu cervell no funciona.
 - Pere és viu
 - Aleshores: El seu cervell no funciona

(La primera premissa és falsa)

- b)
 - Si Onassis viu, aleshores el seu cervell funciona
 - Onassis viu
 - Aleshores: El seu cervell no funciona

(La segona premissa és falsa)

Raonaments amb les 2 premisses vertaderes:

- a)
 - Si Nelson no viu, aleshores el seu cervell no funciona;
 - Nelson no viu
 - Aleshores, el seu cervell no funciona

- b)
 - Si el doctor Fuster viu, aleshores el seu cervell funciona;
 - El doctor Fuster viu
 - Aleshores, el seu cervell funciona

(Les 2 premisses d'ambdós raonaments són vertaderes)

Tots els raonaments (els 4) són vàlids, atès que responen a un mateix esquema, que és vàlid.

NOCIONS BÀSIQUES DE CÀLCUL LÒGIC I DE LòGICA PROPOSICIONAL

1. Càlcul lògic

Un càlcul lògic és una operació formal amb símbols sense interpretar. Si multipliquem 246 per 125, obtindrem com a resultat: 30750. En multiplicar aquestes quantitats, hem realitzat una operació amb símbols (nombres). Aquest símbols poden ser interpretats de moltes maneres.

- L'operació de multiplicar prescindeix de qualsevol interpretació dels mateixos.

2. La lògica proposicional

- Estudia les proposicions sense analitzar
- Què és una proposició?
Què és una proposició sense analitzar?

2.1. Què és una proposició o enunciat?

Exemples:

Totes les plantes són vivents	Vine aquí!
Les noies són romaneses	Tan de bo vingui!
La fotocopiadora imprimeix en color	Véns o què!
Ronaldinho ha estat expulsat	Si que arribes tard!

- Quatre afirmen o neguen alguna cosa; per tant, són vertaderes o falses.
- Altres 4 no afirmen ni neguen res, sinó que expressen manaments, preguntes, exclamacions: cap d'elles pot ser verdadera o falsa.

Les 4 de la dreta són oracions que no són proposicions. Les 4 de l'esquerra sí són proposicions.

Una **proposició** o **enunciat** és, doncs, una oració en que s'afirma o nega alguna cosa, i, per tant, és verdadera o falsa.

La **veritat** o **falsedat** d'una proposició es denomina en lògica el seu **valor de veritat**.

Atès que una proposició o és verdadera o és falsa (però no ambdues coses alhora), només existeixen 2 valors de veritat: vertader i fals que simbolitzarem amb els nombres **1** i **0**, respectivament.

- Si simbolitzem una proposició qualsevol amb la lletra **p**, tenim

p

1 Significa que la proposició **p** és verdadera

0 Significa que la proposició **p** és falsa

1.2 Què és una proposició sense analitzar?

"Totes les plantes són vivents"

Aquesta proposició pot ser analitzada, descomposta en tres elements:

- subjecte: Totes les plantes
- còpula: són
- predicat: vivents

Però és possible prescindir d'aquesta anàlisi i considerar la proposició com un tot, tot prenent-la en bloc, com una unitat. En aquest cas, la proposició resta sense analitzar.

- **En la lògica proposicional no es destaca cap element de la proposició, atès que aquesta es considera en bloc, sense analitzar.**

1.3 Proposicions atòmiques i proposicions moleculars.

Expressió presa de la física. Allò atòmic és allò simple; allò molecular és allò compost.

- Aquestes són proposicions atòmiques:

Totes les plantes són vivents

Les noies són romaneses

La fotocopiadora imprimeix en color

Ronaldinho ha estat expulsat

Per contra, aquestes proposicions són moleculars:

Totes les plantes són vivents i les noies són romaneses.

La fotocopiadora imprimeix en color si es prem el botó de la dreta

Ronaldinho ha estat expulsat i l'àrbitre s'ha equivocat

Una proposició molecular és, doncs, una proposició complexa composta de diverses proposicions simples enllaçades entre elles. Una proposició atòmica és una proposició simple, una proposició que no pot ser descomposta en diverses proposicions.

1.4. Els símbols en la lògica proposicional

Elements integrants d'un llenguatge formal:

-Símbols que formen el vocabulari primitiu

-Els operadors (la funció dels quals consisteix a connectar els símbols del vocabulari primitiu)

-I les regles de formació de fórmules.

- a) Els símbols del vocabulari primitiu (també anomenats símbols no-lògics) són les lletres minúscules a partir de la p: p,q,r,s, etc. (no vocals)
Aquestes lletres simbolitzen proposicions. S'anomenen variables proposicionals perquè serveixen per simbolitzar qualsevol proposició, sigui quina sigui.
- b) En la lògica proposicional, els operadors serveixen per enllaçar, per relacionar proposicions entre elles. En la lògica proposicional, els operadors s'anomenen usualment connectors o connectives.
En el llenguatge natural, els connectors són les conjuncions: "i", "si...", "aleshores", "o..." (connecten oracions, proposicions. Són, doncs, connectors o connectives.

Els connectors més comuns en la lògica proposicional són els 5 següents:

NEGADOR	Es correspon amb el "NO" del llenguatge comú Se simbolitza (-) que va davant de la proposició (també \neg) Si la proposició "plou" se simbolitza com "p", la seva negació "no plou" se simbolitzarà: $\neg p$ (que es llegeix: "no p", i també: "no és el cas que p")
CONJUNTOR	"i" (\wedge) (com una "v" baixa majúscula) La proposició molecular: "Pere és a casa i Joan és a la feina" se simbolitzaria: $p \wedge q$ (que es llegeix: "p i q")

- DISJUNTOR** "o", "o... o"
La proposició molecular "El nen és fort o l'aigua és clara", se simbolitzaria:
 $p \vee q$
- CONDICIONAL** "si... aleshores" (\rightarrow)
La proposició composta "si fa calor, aleshores anirem a la platja" se simbolitzaria " $p \rightarrow q$ " (que es llegeix: "si p, aleshores q")
- BICONDICIONAL** "si i sols si..." "si i només si..." (\leftrightarrow)
La proposició composta: "Compraré una rentadora si i només si cobro una paga extraordinària" se simbolitzarà: $p \leftrightarrow q$, que es llegeix: "p si i només si q"

LA LòGICA PROPOSICIONAL I LES TAULES DE VERITAT

1. Definició dels connectors i les seves taules de veritat

1.1. NEGADOR. Es llegeix: "no; no és el cas que"

Definició i taula de veritat:

El negador es defineix com aquell connector que converteix un enunciat fals en vertader i un enunciat vertader en fals.

Per tant, si **p** es vertader, **-p** (no p) és fals (Si "plou" és vertader, "no plou" és fals i a l'inrevés

Exemples:

p

-p

plou
La muntanya és alta

No plou
No (la muntanya és alta)

No és el cas que plougui
La muntanya no és alta

p ^ q

Joan és a Barcelona
I Miquel és a Girona

-(p ^ q)

NO (Joan és a Barcelona i
Miquel és a Girona)

- No és el cas que Joan sigui
a Barcelona i en Miquel a
Girona

Taula de veritat:

Sota el símbol **p** es col·loquen els seus possibles valors de veritat. Aquests poden ser només 2, atès que **p** o és vertadera o és falsa.

El negador no hauria de ser considerat com a connector atès que no uneix proposicions distintes entre elles, sinó que actua sobre una proposició (p, -p). Tanmateix, sol ser enumerat entre els connectors.

p	-p	p	-p	p	-p	p	-p
1	0	1	0	1	0	1	0
0	1	0	1	0	1	0	1

1.2. CONJUNTOR: Es llegeix: "i " (^)

Definició i taula de veritat:

És el connector que dóna lloc a una proposició complexa (**p ^ q**) que és vertadera tan sols en el cas que les proposicions que la integren siguin ambdues vertaderes, i és falsa en els altres 3 casos; és a dir, quan una, l'altra, o ambdues, siguin falses.

Per tant, la conjunció **p ^ q** serà vertadera quan **p** sigui vertadera i **q** sigui vertadera; però serà falsa si **p**, **q**, o ambdues siguin falses.

Exemples:

p ^ q

El xofer condueix i el senyor dorm
L'ocell vola i el peix neda
El pa és blanc i el vi és sa

Taula de veritat:

Sota el símbol **p** i de **q** es col·loquen els seus possibles valors de veritat. Atès que es tracta en aquest cas de 2 variables proposicionals, cadascuna de les quals pot tenir 2 valors de veritat (1, 0), les combinacions possibles són 4: ambdues vertaderes, p vertadera i q falsa; p falsa i q vertadera, ambdues falses.

Per últim, només caldrà aplicar la definició de conjunció per tal d'obtenir la taula de veritat de $p \wedge q$.

p	q	p	q	$p \wedge q$
1	1	1	1	1
1	0	1	0	0
0	1	0	1	0
0	0	0	0	0

1.3. DISJUNTOR: Es llegeix: “o “ (\vee)

Definició i taula de veritat:

El disjuntor es defineix com aquell connector que dóna lloc a una proposició molecular ($p \vee q$), que és vertadera quan un dels dos enunciats que la formen o ambdós són vertaders.

Per tant, la disjunció **$p \vee q$** només serà falsa quan siguin falsos els 2 enunciats que la componen.

Taula de veritat:

p	q	p	q	$p \vee q$
1	1	1	1	1
1	0	1	0	1
0	1	0	1	1
0	0	0	0	0

1.4. CONDICIONAL: Es llegeix: “Si... , aleshores “ (\rightarrow)

Definició i taula de veritat:

El condicional es defineix com aquell connector que dóna lloc a una fórmula (proposició complexa, proposició molecular) que és vertadera sempre que no es doni el cas de que l'antecedent és vertader i el consegüent és fals. Quan es dóna aquest cas, és a dir, quan l'antecedent sigui vertader i el consegüent fals, la fórmula serà falsa

En el condicional **$p \rightarrow q$**
p: és l'antecedent
q: és el consegüent

Taula de veritat:

p	q	p	q	$p \rightarrow q$
1	1	1	1	1
1	0	1	0	0
0	1	0	1	1
0	0	0	0	1

Aclariments:

El condicional lògic resulta a primera vista realment estrany, atès que el seu sentit difereix notablement del sentit de la condicional en el llenguatge comú. No es pot oblidar que la lògica proposicional estudia les relacions entre dues proposicions qualssevol, **p** i **q** sense interpretar-les, és a dir, tot prescindint dels enunciats concrets que cadascú pugui simbolitzar amb aquestes lletres: la lògica no entén d'astronomia, ni de pintura, ni de ciències naturals, etc.

Aclariments

- 1 És vertadera tota fórmula condicional, l'antecedent de la qual i el consegüent de la qual siguin vertaders.

Exemples:

“Si la Terra dóna voltes al voltant del Sol, aleshores Velázquez fou un gran pintor”

- 2 La definició lògica del condicional ens obliga igualment a acceptar que una proposició condicional és vertadera quan el consegüent és vertader encara que l'antecedent sigui fals.:

“Si la Terra no dóna voltes al voltant del Sol, aleshores Velázquez és un gran pintor”

- 3 També: que una condicional es vertadera en el supòsit de que tant l'antecedent com el consegüent siguin falsos.

“Si la Terra no dóna voltes al voltant del Sol, aleshores Velázquez no és un gran pintor”

1.5. BICONDICIONAL: Es llegeix: “Si i només si... , aleshores “ (\leftrightarrow)

Definició i taula de veritat:

Es defineix com aquell connector que dóna lloc a una fórmula ($p \leftrightarrow q$), que és vertadera quan els seus 2 components tenen el mateix valor de veritat (ambdós vertaders o ambdós falsos), i falsa quan un dels seus components és vertader i l'altre fals.

Taula de veritat:

p	q	p	q	$p \leftrightarrow q$
1	1	1	1	1
1	0	1	0	0
0	1	0	1	0
0	0	0	0	1

Exemples:

El transistor funciona si i només si té piles ($p \leftrightarrow q$)

El caçador dispara si i només si veu un colom ($r \leftrightarrow t$)

Avui és dissabte si i només si demà és diumenge ($q \leftrightarrow s$)

TAULES DE VERITAT DE QUALESEVOL FÓRMULA

Per trobar la taula de veritat de qualsevol fórmula es recorren els següents passos:

1. S'assignen valors de veritat a les variables proposicionals que apareguin en aquesta fórmula
2. Es resolen les fórmules la connectiva de les quals és menys dominant.
3. Es resol la fórmula completa, és a dir, aquella que depèn del connector dominant.

Nota: En les taules de veritat que hem estudiat fins ara, hem treballat només amb dues variables proposicionals, p i q . Com ja hem assenyalat, cadascuna d'aquestes variables pot obtenir 2 valors de veritat: 1 i 0 (és a dir, pot ser vertadera o falsa).

- Per tant, el nombre de combinacions possibles és de $2^2 = 4 = (1,1), (1,0), (0,1), (0,0)$.
- Si en lloc de dues variables proposicionals utilitzéssim 3 (p,q,r), les combinacions possibles serien $2^3 = 8$.
- Si les variables fossin 4 (p,q,r,s), les combinacions possibles serien 2 elevat a 4 = 16. I així successivament.

- Cadascú és lliure de col·locar aquests valors en l'ordre que vulgui, a condició de que ni es repeteixi ni s'oblidi cap de les combinacions possibles. Per tal d'evitar fàcilment qualsevol error o oblit, se suggereix el següent procediment pràctic:

1. S'assignen valors de veritat a la variable de la última columna, tot alternant 1 i 0 fins el total corresponent (4 per a 2 variables, 8 per a 3 variables, 16 per a 4, etc...)
2. A continuació, s'assignen valors de veritat a la variable de la columna precedent, tot alternant dos 1 i dos 0 fins el total corresponent.
3. Es passa a la columna precedent de l'anterior, tot alternant ara 4 1 i quatre 0 fins el total que correspongui.
4. Es continua amb la precedent, tot alternant en aquesta ocasió vuit 1 i vuit 0 fins el total corresponent.

TAUTOLOGIA, CONTRADICCIÓ I INDETERMINACIÓ

Tautologia

Exemple $(p \vee q) \rightarrow (q \vee p)$

p	q	$p \vee q$	$q \vee p$	$(p \vee q) \rightarrow (q \vee p)$
1	1	1	1	1
1	0	1	1	1
0	1	1	1	1
0	0	0	0	1

Observem que els valors de veritat d'aquesta fórmula són sempre 1, és a dir, és vertadera qualssevol els valors de veritat que hi hagi de p i de q. Aquesta fórmula és una tautologia.

- Una tautologia és, doncs, una fórmula que és sempre vertadera, siguin quins siguin els valors de veritat de les proposicions que la integren.

Contradicció

Exemple $(p \wedge q) \wedge \neg (p \wedge q)$

p	q	$p \wedge q$	$\neg (p \wedge q)$	$(p \wedge q) \wedge \neg (p \wedge q)$
1	1	1	0	0
1	0	0	1	0
0	1	0	1	0
0	0	0	1	0

Els valors de veritat d'aquesta fórmula són 0 en tots els casos; és a dir, la fórmula és falsa, siguin quins siguin els valors de veritat de p i de q. Es tracta d'una contradicció.

- Una contradicció és, doncs, una fórmula que és sempre falsa, siguin quins siguin els valors de veritat de les proposicions que la integren.

Indeterminació

La fórmula que ve a continuació no és vertadera en tots els casos (seria una tautologia), ni tampoc falsa en tots els casos (seria una contradicció). És indeterminada. Indeterminada és, doncs, una fórmula que pot ser vertadera o falsa, segons quins valors de veritat corresponen a les proposicions que la integren.

Exemple: $(p \rightarrow q) \wedge p$

p	q	$p \rightarrow q$	$(p \rightarrow q) \wedge p$
1	1	1	1
1	0	0	0
0	1	1	0
0	0	1	0

I - UTILITZACIÓ DE LES TAULES DE VERITAT PER LA COMPROVACIÓ DE LA VALIDESA DELS RAONAMENTS.

1. Conversió d'un raonament en una fórmula condicional i comprovació de la seva validesa mitjançant taules de veritat.

1.1. Conversió d'un raonament en una fórmula condicional

–Per definició podem fer la següent equivalència: Tot raonament equival a una fórmula condicional l'antecedent de la qual està format per la conjunció de les premisses del raonament, i el conseqüent de la qual és la conclusió d'aquest raonament.

El raonament: $p \rightarrow q$
 p
 $\vdash p$

Pot transformar-se en la fórmula condicional tot seguint aquest procediment:

1. Premisses:
 $p \rightarrow q$
 p
2. $(p \rightarrow q) \wedge q$
3. $[(p \rightarrow q) \wedge q] \rightarrow q$ El raonament inicial és una fórmula condicional

Un altre raonament:

1. $p \vee q$
2. q
3. $-p \rightarrow r$

 $\vdash -r$

Ara cal transformar-lo en un condicional

1. Les 3 premisses es connecten mitjançant el conjuntor: serà l'antecedent: $[(p \vee q) \wedge q \wedge (-p \rightarrow r)]$
2. el conseqüent : serà la conclusió
3. Finalment, el raonament quedaria així:
 $[(p \vee q) \wedge q \wedge (-p \rightarrow r)] \rightarrow -r$

1.2. Comprovació de la validesa d'un raonament mitjançant les taules de veritat, un cop convertit en fórmula condicional.

Per definició: una conclusió es deriva d'algunes premisses **quan el condicional**, format per la conjunció d'aquestes premisses, i la conclusió, **és una tautologia**.

1. $p \rightarrow q$
2. p

 $\vdash q$

La conclusió q es deriva de les premisses si el condicional $[(p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow q$ és una tautologia.

Com comprovar que aquesta fórmula condicional és una tautologia? Doncs mitjançant les taules de veritat.

p	q	$p \rightarrow q$	$(p \rightarrow q) \wedge p$	$[(p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow q$
1	1	1	1	1
1	0	0	0	1
0	1	1	0	1
0	0	1	0	0

Per tant,

- a) La conclusió es deriva de les premisses;
- b) Aleshores, el raonament és correcte.
 - Si el resultat de la taula fos una contradicció o una indeterminació, el raonament seria no vàlid.

2. Comparació dels valors de veritat de les premisses amb els valors de veritat de la conclusió.

Per definició:

Un raonament és vàlid quan de premisses vertaderes no es dedueixen conclusions falses.

-Per tant, si es donés el cas de que totes les premisses tenen valor de veritat 1, i la conclusió té valor de veritat 0, el raonament seria no-vàlid.

Si, pel contrari, no es dona el cas de que les premisses tinguin valor de veritat 1 i la conclusió valor de veritat 0, el raonament seria vàlid o correcte.

Exemple.

Observeu aquí que no és necessari convertir tot el raonament en una fórmula condicional, sinó senzillament trobar les taules de veritat de les premisses i de la conclusió:

- 1. $p \rightarrow q$
- 2. p
- $\vdash q$

Taules de veritat

		1ª premissa	2ª premissa	Conclusió
p	q	$p \rightarrow q$	p	q
1	1	<u>1</u>	<u>1</u>	<u>1</u>
1	0	0	1	0
0	1	1	0	1
0	0	1	0	0

Assenyalem ara els valors de veritat de la 1ª premissa, de la 2ª premissa i de la conclusió, línia per línia. I tenim que:

- Que no hi ha cap fila en la qual les premisses siguin vertaderes i la conclusió falsa
- Per tant, el raonament és vàlid.

Exemple:

Comprovem ara, tot seguint aquest mètode, que és vàlid el següent raonament:

- 1. $p \vee q$
- 2. q
- 3. $\neg p \rightarrow r$
- $\vdash \neg r$

A continuació, fem les taules de veritat de les premisses i de la conclusió:

1ª premissa			2ª p.	3ª premissa				Conclusió	
p	q	$p \vee q$	q	p	$\neg p$	r	$\neg p \rightarrow r$	r	$\neg r$
1	1	<u>1</u>	<u>1</u>	<u>1</u>	<u>0</u>	<u>1</u>	<u>1</u>	<u>1</u>	<u>0</u>
1	1	1	1	1	0	0	1	0	1
1	1	1	0	1	0	1	1	1	0
1	0	1	0	1	0	0	1	0	1
0	1	1	1	0	1	1	1	1	0
0	1	1	1	0	1	0	0	0	1
0	0	0	0	0	1	1	1	1	0
0	0	0	0	0	1	0	0	0	1

Atenció a la fila primera:

$p \vee q$	q	$\neg p \rightarrow r$	$\neg r$
<u>1</u>	<u>1</u>	<u>1</u>	<u>0</u>

Les tres premisses són vertaderes i la conclusió falsa.

Recordem que, per definició, un raonament és vàlid quan de premisses vertaderes no se'n dedueixen conclusions falses.

- En aquest exemple passa succeeix que, de premisses vertaderes, se'n dedueix una conclusió falsa: el raonament és no-vàlid.

II- UTILITZACIÓ DE LES REGLES DE TRANSFORMACIÓ PER COMPROVAR LA VALIDESA D'UN RAONAMENT.

Els dos mètodes anteriors per comprovar la validesa d'un raonament són rigorosos i fàcils, però tenen l'inconvenient de que, a mesura que intervenen més variables proposicionals, es fan més complicats.

A partir de 3 variables proposicionals (p,q,r) es possiblement més còmode recórrer a les **Regles de transformació.**

Exemple:

$$\begin{array}{l} x - y = 4 \\ x + y = 20 \\ \vdash x = 12 \\ \vdash y = 8 \end{array}$$

És correcta la solució?

La pregunta: "És correcta la solució?" equival a la pregunta: "De les premisses $x - y = 4$, $x + y = 20$ se'n dedueix la conclusió $x = 12$, $y = 8$?"

Si ens haguessin plantejat així el problema, hauríem tractat d'exposar els passos intermedis entre les premisses (dades del problema) i la conclusió (solució del problema).

- Aquests passos intermedis són precisament els passos que porten a la solució:

Passos:

- 1) $x - y = 4$
- 2) $x + y = 20$
- 3) $x = 4 + y$ (per transformació de la fórmula 1)
- 4) $4 + y + y = 20$ (per substitució de la premissa 2 del valor de "x" trobat a la premissa 3)
- 5) $2y = 20 - 4$ (per transformació de la premissa 4)
- 6) $Y = 20 - 4 / 2 = 8$ (per solució de la premissa 5)
- 7) $X + 8 = 20$ (per substitució, a la premissa 2, del valor de "y", trobat a la premissa 6)
- 8) $X = 20 - 8 = 12$ (per solució de la premissa 7)
- 9) Conclusió $\vdash x = 12, y = 8$ (per conjunció de les premisses 6 y 8)

Aquest procés pot emprar-se exactament igual en lògica: si ens donen certes premisses i una conclusió, buscarem premisses intermèdies fins arribar a la conclusió.

- Aquest procés exigeix emprar **Regles d'inferència.**