

Problemes de màxims i mínims

Cada problema va seguit de la solució i de la dificultat en forma d'estrelletes

1. Trobeu dos nombres positius de forma que la seva suma sigui 21 i que el producte d'un pel quadrat de l'altre sigui màxim.
7 i 14
2. Descomponeu el nombre 36 amb dos factors positius de manera que la seva suma sigui mínima.
6 i 6
3. S'ha de construir un marc per una finestra rectangular d'1 metre quadrat d'àrea. El cost per metre de marc horitzontal és de 4,5 euros, mentre que el del marc vertical és de 8 euros. Calculeu les dimensions del marc de menor preu.
** 4/3 i 3/4*
4. Una corda d'1 metre es divideix en dos trossos i amb ells es vol dibuixar un quadrat i un cercle. Calcula les llargades de cada tros perquè la suma de les àrees de les dues figures sigui màxima.
**** 2/(8π+2) i 8π/(8π+2)*
5. El preu d'un diamant és proporcional al cub del seu pes. Demostreu que en partir-lo en dues parts es perd valor. Calculeu com s'ha de fer la partició perquè la pèrdua sigui mínima.
*** Si P és el pes: 2^{1/2}P/2 i (2-2^{1/2})P/2*
6. Amb 3000 metres de tanca calcula les dimensions d'un terreny rectangular de superfície màxima que es podrà tancar si una de les cares del terreny ja està tancada per una paret.
750 i 1500
7. Es disposa d'una làmina rectangular de 40x25 cm. A cada cantonada es retalla un quadrat, els quatre quadrats són iguals, i queda una figura aproximada a una creu. Doblegant cada un dels braços de la creu cap amunt queda una caixa sense tapa. Quin serà el volum màxim que pot tenir la caixa.
*** 2250 cm³*
8. El codi de circulació diu que els cotxes circulant a v km/h han de mantenir una separació de v²/100 metres.
Suposem una fila de cotxes de 4 m de llarg cada un. a) Calcula quan cotxers passaran en 1 hora suposant que durant tota l'estona es manté la mateixa velocitat. b) Calcula quina ha de ser la velocitat v perquè la fluïdesa sigui màxima (fluïdesa = nombre de cotxes per unitat de temps)
***** b) 20 km/h*
9. Troba la distància mínima que hi ha entre el punt (0, 1) i la paràbola $y = 2x^2$.
*** 7/16*
10. Troba el valor màxim del producte $x^m \cdot y^n$ (x i y són positius, m i n enters positius) si volem que $x + y = 4$.
**** 16mn/(m+n)²*
11. Quin sector s'ha de retallar d'un cercle perquè amb el que queda es munti un con de volum màxim.
***** 66,0612°*
12. Troba el volum màxim que es pot recollir en un con de 9 cm de generatriu.
*** 54π3^{1/2}*
13. Troba el triangle rectangle d'àrea màxima entre tots aquells en que la suma de la hipotenusa i un catet sigui 30.
*** catets: 10 i 10·3^{1/2}, hipot.:20*

14. Troba un nombre positiu que sumat amb 25 vegades el seu invers dóna un valor mínim.

5

15. Una estàtua de 4 m. està sobre una base de 6 m. A quina distància sobre el terreny horitzontal ens hem de situar per tal de que l'estàtua es vegi sota un angle màxim.

** 10,954 m

16. Troba l'equació de la recta que passa pel punt (2, 1) de forma que la superfície tancada per la recta i els dos eixos de coordenades sigui màxima.

* $x + 2y - 4 = 0$

17. Determina la diagonal mínima de tots els rectangles de 8 m de perímetre.

$8^{1/2}$

18. Troba l'àrea màxima del triangle rectangle que tingui 10 m d'hipotenusa.

25

19. Les dimensions d'un camp de futbol són de 75x110 m. La distància entre els pals verticals de la porteria és de 7,32 m. Troba la distància que hi ha d'haver des d'un punt de la banda al punt del corner, perquè l'angle que es veu la porteria des d'aquest punt sigui màxim.

** 37,321 m

20. Calcula la distància mínima que hi ha entre el punt $(1, 3\sqrt{2})$ i la gràfica de $y = \sqrt{x}$.

* 3

21. S'ha de dissenyar un terreny de 200 m² de forma que per tot el seu perímetre i per dintre del terreny hi hagi un camí que pels costats nord i sud tingui una amplada d'1 m, mentre que pel est i oest solament tingui una amplada de 0,5 m. Calcula les dimensions d'aquest terreny de forma que la part interna (sense comptar el camí) tingui una superfície màxima.

20 x 10

22. Quines dimensions ha de tenir un cilindre d'un litre de volum perquè la superfície total sigui mínima.

** altura = diàmetre = 10,084 cm

23. La base d'un triangle isòsceles és de 12 cm i l'altura és de 5 cm. Determina el punt sobre l'altura de forma que la suma de les distàncies d'aquest punt als vèrtexs sigui mínima.

* $2 \cdot 3^{1/2}$ cm de la base

24. Un triangle rectangle gira 360° a l'entorn d'un dels seus catets. Determina el volum màxim que es pot generar si la suma dels dos catets és de 10 cm.

* 300 cm³

25. Quin és el volum màxim d'un con que es pot inscriure dins d'una esfera de 9 cm de radi?

** 288π cm³

26. La base menor d'un trapezi rectangle és de 12 cm el costat oblic és de 6 cm. Quin angle ha de formar la base major amb el costat oblic perquè el trapezi sigui d'àrea màxima.

*** 78,463°