

# Fonaments de Matemàtiques



Departament de Matemàtiques  
IES Jaume Balmes, Barcelona  
Jaume Porta  
Setembre de 2000

Nota:

Aquests Fonaments de Matemàtiques estaven destinats a cobrir la primera part de l'antiga assignatura d'Ampliació de Matemàtiques de 2n de batxillerat, ara, en no existir aquesta assignatura, es queda fora de la programació oficial de secundària, la seva utilitat queda reduïda a aquells alumnes de batxillerat que vulguin aprofundir en els fonaments lògics i més rigorosos dels fonaments de la Matemàtica tal com es conceben avui dia, començant pels conceptes elementals com són el d'element i el de conjunt per acabar amb conceptes més complicats com els d'estructura algebraica i espais vectorials.

## ÍNDEX

Capítol 1, <b>Conjunts i enunciats</b>	5
1.1 Conjunts i elements	6
1.2 Relació de pertinència	6
1.3 Conjunt buit	7
1.4 Subconjunts	7
1.5 Enunciats	8
1.6 Operacions entre enunciats	9
1.7 Quantificadors	10
1.8 Descripció de conjunts	11
1.9 Implicacions	12
1.10 Enunciats equivalents	13
1.11 Igualtat entre conjunts	14
1.12 Intersecció de conjunts	15
1.13 Reunió de conjunts	15
1.14 Complementari d'un conjunt	16
1.15 Propietats de la intersecció i de la reunió	16
1.16 Lleis de Morgan i àlgebra de Bool	18
1.17 Partició d'un conjunt	18
Capítol 2, <b>Relacions</b>	20
2.1 Parell ordenat	21
2.2 Producte cartesià	21
2.3 Relacions	23
2.4 Relacions binàries	24
2.5 Grafo d'una relació binària	25
2.6 Relació binària simètrica	26
2.7 Relació binària antisimètrica	27
2.8 Relació binària reflexiva	27
2.9 Relació binària antireflexiva	28
2.10 Relació binària transitiva	28
2.11 Relació d'equivalència	29
2.12 Classe d'equivalència	29
2.13 Conjunt quocient	31
2.14 El conjunt $\mathbb{Z}_n$	32
2.15 Relació d'ordre	33
2.16 Grafo d'una relació d'ordre	33
2.17 Relació d'ordre total	34
Capítol 3, <b>Aplicacions i operacions</b>	35
3.1 Aplicacions	36
3.2 Grafo d'una aplicació	38
3.3 Aplicacions exhaustives	38
3.4 Aplicacions injectives	39
3.5 Aplicacions bijectives	39
3.6 Conjunt imatge i conjunt origen o domini	40
3.7 Funció identitat i funció recíproca	41
3.8 Imatge i antiimatge d'un conjunt	41
3.9 Operació interna	42

3.10	Taules d'operacions	43
3.11	Operacions en $\mathbb{Z}_n$	44
3.12	Operació commutativa	44
3.13	Operació associativa	45
3.14	Tenir element neutre	46
3.15	Element simètric	47
3.16	Tenir elements simètrics	48
3.17	Operació distributiva respecte d'una altre	49
3.18	Operació externa	49
<b>Capítol 4, Estructures algebraiques</b>		<b>51</b>
4.1	Grups	52
4.2	Aïllar canviant de signe	53
4.3	Subgrups	53
4.4	Anells	55
4.5	Exemples d'anells	56
4.6	Elements invertibles a $\mathbb{Z}_n$	57
4.7	Propietats que es compleixen en un anell	58
4.8	Aïllar dividint	59
4.9	Equacions diofàntiques	60
4.10	Cossos	60
4.11	El cos $(\mathbb{Z}_n, +, \cdot)$	61
4.12	Espais vectorials	62
4.13	Exemples d'espais vectorials	63
4.14	Propietats que es compleixen en els espais vectorials	64
4.15	Subespais vectorials	66
4.16	Estructures algebraiques	67
<b>Capítol 5, Espais vectorials</b>		<b>68</b>
5.1	Combinació lineal de vectors	69
5.2	Dependència i independència lineal d'un conjunt de vectors	70
5.3	Generadors d'un espai vectorial	73
5.4	Subespai generat per un conjunt de vectors	73
5.5	Base d'un espai vectorial	75
5.6	Dimensió d'un espai vectorial	77
5.7	Intersecció d'espais vectorials	78
5.8	Suma d'espais vectorials	79
5.9	Relació d'equivalència lligada a un espai i a un subespai	80
5.10	Varietats lineals	81
5.11	Espai vectorial quocient	84
5.12	Dimensió d'un espai vectorial quocient	86