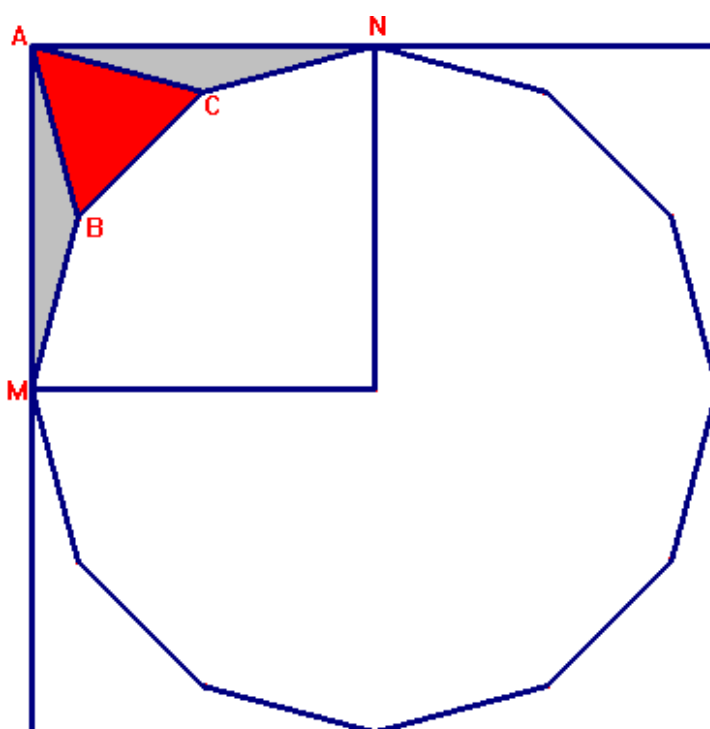


PROBLEMES PROPOSATS PER ESTALMAT-MADRID
PER A LA PÀGINA WEB www.estalmat.org. Febrer de 2005

1. En el quadrat gran de la figura, que té costat de 2 unitats hem inscrit un dodecàgon regular, del qual en volem calcular l'àrea. Per això hem dibuixat el triangle ABC , que has de **demostrar que és equilàter** i també et pot ajudar per a l'objectiu que ens hem marcat demostrar **que el triangle AMB és isòsceles** i calcular-ne els angles (alerta!!! vigila a no fer servir allò que vols demostrar!)
- Quan habis fet el que t'hem indicat (o fins i tot encara que no ho habis aconseguit) **descompon** el dodecàgon inscrit en triangles iguals a ABC o a AMB i, a partir d'aquesta descomposició **calcula l'àrea** del dodecàgon.

Ara et demanem que generalitzis: **Quina es l'àrea** d'un dodecàgon inscrit en una circumferència de radi R ?



2. Es juga un torneig de futbol entre un nombre parell d'equips a una sola volta. Al final hi ha un equip campió que té més punts que el segon, amb el benentès que en cada partit es donen 2 punts a l'equip que guanya, 1 si empaten i 0 punts al que perd.

Quants partits pot haver perdut com a màxim l'equip campió? Escriu una taula possible de classificació que s'ajusti a aquest cas per a 8 equips on figurin els partits guanyats, empatats i perduts per cada equip.

Mira d'estendre la taula per a 10 equips, per a 12... i per a $2n$.

Com canviarien les conclusions si en lloc de 2 punts se'n donen 3 per guanyar?

3. El nombre de nou xifres $abcdefghi$, format amb les nou xifres de l'1 al 9, compleix que:

a és divisible per 1,
 ab és divisible per 2,
 abc és divisible per 3,
 $abcd$ és divisible per 4,

...y així continua successivament fins que:

$abcdefghi$ és divisible per 9

Es tracta de trobar aquest nombre (que és únic) mitjançant la recerca de resultats parcials. No t'ajudem gaire si et diem que e ha de ser 5 i que b, d, f, h han de ser nombres parells y, per tant, les altres xifres són imparelles. Quants nombres "candidats" tenim en aquest moment?

Tot seguit et proposem que intentis esbrinar com es poden col·locar les xifres parelles de dues en dues en els seus "forats" fent servir les regles de divisibilitat per 4 i per 8 (recorda que c i g son imparells i f parell).

Després d'això ja tindràs un nombre raonable de camins a explorar, en els quals la col·locació de les xifres imparelles també es farà de dues en dues, atenent a les regles de divisibilitat per 3, per 6 i per 9.

Així, al final, només et queden sis candidats que compleixen vuit de les nou condicions. Crida al Setè perquè t'ajudi. Poses les set primeres xifres a la caixa de sabates de la divisió per 7, i en trobaràs un que encaixarà: el nomenes guanyador de la cursa!

I quan tornis de la travessa pels mars de la divisibilitat, segur que tornes més amb més saviesa i amb més saba.