

RESOLUCIÓ de l'activitat 3

• Lectura i comprensió del problema

És un problema de construcció d'un pentàgon regular amb regla i compàs

• Dades i incògnites

Dades:

- El costat del pentàgon regular en magnitud i posició.
- La relació entre la diagonal i el costat d'un pentàgon regular és igual a $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

Incògnites:

- La posició dels altres vèrtexs i costats del pentàgon.

• Elaboració d'un pla

Farem una anàlisi del pentàgon regular i una síntesi posterior que permeti construir-lo.

- Es parteix de la suposició que es disposa del pentàgon construït.
- S'esbrinen les propietats que compleix fins trobar-ne alguna que permeti reduir el problema a un altre de construcció coneguda.
- Un cop feta aquesta construcció es fa marxa enrere a través de les propietats estudiades per assolir la construcció del pentàgon.

• Execució del pla i comprovació del resultat

Anàlisi. Suposem el pentàgon regular $ABQTP$ construït.

- Una de les possibles claus de la resolució es troba en la construcció del vèrtex T perquè, un cop feta, la construcció dels vèrtexs P i Q s'assoleix com a interseccions dels cercle (T, AB) amb els cercles (A, AB) i (B, BA) .
- Sabem que T pertany a la mediatriu d' AB , que $AT/AB = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, i si considerem AB la unitat de mesura, llavors $AT = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$.
- Un segment de mesura $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ es pot construir amb l'ajut del teorema de Pitàgores fent

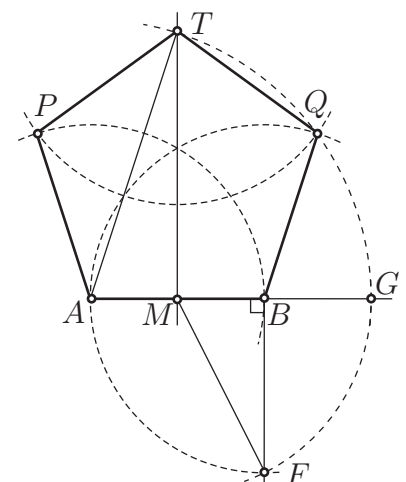
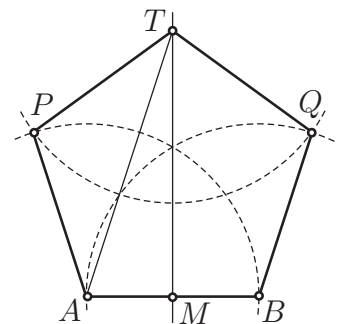
$$\frac{1+\sqrt{5}}{2} = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{5}{4}} = \frac{1}{2} + \sqrt{1^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2}.$$

Efectivament, si M és el punt mitjà d' AB , el segment cercat resulta d'afegir a $AM = \frac{1}{2}$, la hipotenusa del triangle rectangle de catets amb mesura $BA = 1$ i $MB = \frac{1}{2}$.

Síntesi. Construïm,

- La mediatriu d' AB .
- $BF = AB$ sobre la perpendicular a AB .
- AG de longitud $AM + MF$ sobre la prolongació d' AB .
- El cercle (A, AG) i la seva intersecció T amb la mediatriu d' AB .
- Els punts P i Q com a interseccions del cercle (T, AB) amb els cercles (A, AB) i (B, BA) .
- El polígon $ABQTP$, el qual és el pentàgon regular buscat.

Per comprovar la igualtat d'angles i costats podem utilitzar un compàs. Alternativament, per als angles, podem utilitzar un semicercle graduat



- **Contrast de resolucions, presentació final i ampliació**

Aquí es pot contrastar amb altres construccions. Per exemple, des de la matèria de Visual i Plàstica l'alumnat sap construir, (de manera procedimental), un pentàgon regular en un cercle, en què la dada inicial és el cercle en lloc de ser el costat del pentàgon. Es tractaria de veure que, a partir d'aquesta última construcció, es pot aconseguir la resolució del nostre problema i discutir-ne els avantatges i inconvenients.

Quant a la presentació final es tractaria de fer un redactat amb l'enunciat del problema i el contingut de les etapes.

Una possible ampliació seria la recerca i anàlisi d'elements u objectes reals o ideals on aparegui la relació determinada pel *nombre d'or* $\Phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$.

LECTURA i comprensió del problema

- **Primera lectura: Seguida i sense interrupcions**

En les últimes sessions de classe hem estudiat la relació entre el costat i la diagonal d'un pentàgon regular. Aquesta ha resultat ser

$$\Phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

Amb l'ajut d'aquesta relació, proposem d'idear una construcció amb regla i compàs del pentàgon regular si coneixem un costat en magnitud i posició.

Primera aproximació a la comprensió: És un problema de construcció geomètrica.

- **Segona lectura: Ens preguntem sobre les paraules o conceptes que no coneixem**

En les últimes sessions de classe hem estudiat la relació entre el costat i la **diagonal** d'un pentàgon regular. Aquesta ha resultat ser

$$\Phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

Amb l'ajut d'aquesta relació, proposem d'idear una **construcció amb regla i compàs** del pentàgon regular si coneixem un costat en **magnitud i posició**.

- **Tercera lectura: Marquem paraules-clau i/o idees principals**

En les últimes sessions de classe hem estudiat la **relació entre el costat i la diagonal d'un pentàgon regular**. Aquesta ha resultat ser

$$\Phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

Amb l'ajut d'aquesta relació, proposem d'idear una **construcció amb regla i compàs del pentàgon regular si coneixem un costat** en magnitud i posició.

- **Resum: De què tracta el problema?**

Ens trobem davant d'un problema de construcció d'un pentàgon regular amb regla i compàs a partir del seu costat.

TEST de comprensió. (Pot haver-hi més d'una resposta certa)

1. Un pentàgon és un polígon que
 - té 5 costats és regular
 - té 6 costats té 5 angles interiors
2. Un polígon regular és caracteritza per tenir
 - angles iguals i costats iguals
 - només costats iguals
3. Una diagonal d'un polígon uneix
 - 2 vèrtexs consecutius
 - 2 vèrtexs no consecutius
 - el seu centre amb un vèrtex
4. La relació o raó entre segments és igual a
 - la resta de les seves longituds
 - la divisió de les seves longituds
 - el quocient de les seves longituds
5. El nombre $\sqrt{5}$ és
 - racional irracional enter
 - Un nombre amb infinits decimals que no es repeteixen periòdicament
6. Una aproximació de $\sqrt{5}$ es troba entre
 - 2.2 i 2.3 2.3 i 2.4 2.1 i 2.2
7. Una aproximació de $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ es troba entre
 - 1.55 i 1.60 1.60 i 1.65 1.65 i 1.70
8. Un compàs s'utilitza per dibuixar
 - arcs i circumferències
 - segments i arcs
 - qualsevol figura geomètrica
9. En una construcció amb regle i compàs, el regle no està graduat i s'utilitza per
 - traçar segments
 - mesurar distàncies
10. Amb un compàs es poden
 - Traslladar segments
 - Comparar la longitud de dos segments
 - Comparar la grandària de dos angles
 - Traslladar angles amb l'ajut d'un regle sense graduar