Sistemes de numeració

Ramon Nolla
Departament de Matemàtiques
IES Pons d'Icart

1 Introducció

La història del nombre comença amb el discerniment, entre els nostres avantpassats, dels conceptes d'unitat i multiplicitat. Posteriorment, s'evoluciona cap el desenvolupament de tècniques de recompte i enregistrament, mitjançant elements dels cos humà, com els dits, o l'emmagatzemamament de pedres, perles i closques en recipients, collarets o solcs en el terra, marques practicades sobre ossos i bastons, nusos sobre cordes unides a d'altres cordes com les branques d'un arbre, etc. Totes aquestes tècniques es descriuen en llenguatge actual mitjançant el concepte d'aparellament biunívoc entre els objectes a recomptar i els objectes auxiliars que s'emmagatzemen, o les marques que es practiquen sobre un suport material.

• Primer problema en la pràctica del recompte

> Un dels primers problemes que es presentà als nostres avantpassats, fou el de **recompte de nombres grans**.

Per exemple, en fer el recompte dels membres d'un ramat molt gran de bestiar, utilitzant còdols o marques, podien presentar-se problemes d'insuficiència de còdols disponibles, de capacitat del contenidor o de superfície disponible per a les marques, així com dificultats en les lectures posteriors. La solució d'aquest problema consistí a privilegiar certs grups de les unitats utilitzades i representar cada grup com a una unitat d'un tipus diferent, una unitat que representava a tot un grup d'unitats més simples. Georges Ifrah, estudiós de l'ús del nombre en les cultures antigues,[1] cita l'exemple d'uns indígenes de Madagascar, de fa poques generacions, que cavaven diversos solcs paral·lels en el terra, i dipositaven un còdol en el primer solc per cada unitat recomptada. Quan arribaven a les deu unitats, enretiraven els deu còdols, en dipositaven un al solc del seu costat, i seguien el recompte posant còdols en el primer solc fins acumular-ne deu més, als quals es sotmetia a la mateixa operació. Quan s'acumulaven deu còdols en el segon solc, s'enretiraven i se'n dipositava un en el tercer, i així successivament. D'aquesta manera, en el recompte de 1718 unitats de bestiar, només intervenien 17 còdols i quatre solcs. D'aquesta i d'altres tècniques va néixer el principi de la *base*.

• Solució del primer problema en la pràctica del recompte

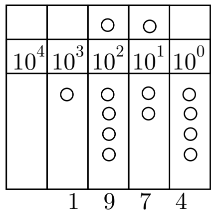
> Utilitzar el **principi de la base**, nom utilitzat per designar el nombre d'unitats que conformen el grup escollit per crear una unitat d'ordre superior.

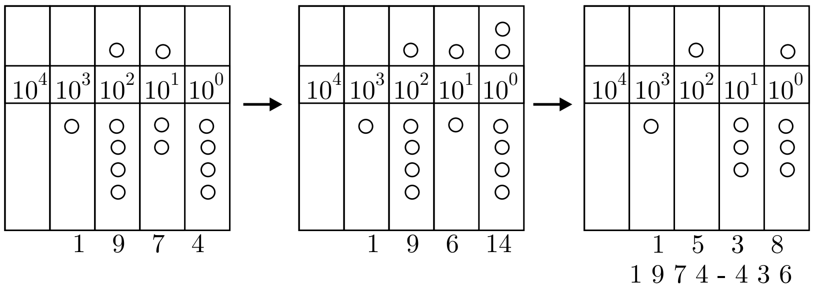
[1] Ifrah, G. [1994], *Historia Universal de las Cifras*. Espasa Calpe, Madrid, 1997.

En el nostre exemple s'utilitzava la base 10, però des de sempre s'ha treballat i es treballa amb molts tipus de bases, encara que aquesta ha estat privilegiada.
Les tècniques de recompte sobre suports materials culminaren amb la fabricació de dispositius anomenats *àbacs*.[2] Un exemple el tenim en l'àbac romà, consistent en un tauler en què s'havien practicat unes ranures paral·leles per on es feien moure unes fitxes. Cada ranura representava una potència de 10, diferent de les altres, en ordre creixent. Els nombres es representaven col·locant en cada columna, tantes fitxes com les unitats que es volien representar de l'ordre corresponent. Cada 5 xifres era substituïda per una sola xifra en la part superior de la columna. Cada fitxa rebia el nom de *calculus*, —literalment "còdol"—. La finalitat dels àbacs era, inicialment, de recompte, per evolucionar cap a l'ús en les tasques de càlcul, mitjançant regles que regien el moviment dels seus elements, que segons les cultures podien ser pedres, botons, varetes, fitxes, etc.

Exemple de funcionament d'un àbac romà

El nombre 1974 quedaria representat com a la figura adjunta, en què es recorda que les dues fitxes situades en la fila superior representen 5 unitats de l'ordre corresponent a la columna. L'addició i la subtracció es farien acumulant o traient fitxes de les columnes corresponents als ordres implicats amb les reduccions necessàries, com s'observa a la figura inferior en què restem 436 de 1974.





Han existit i existeixen altres tipus d'àbacs, com les tauletes de sorra que utilitzaven els antics calculistes indis i àrabs, els quals disposaven de símbols per a cada nombre i els representaven sobre la sorra, de manera que els anaven esborrant a mesura que se succeïen els passos de les operacions. Aquesta característica consistent a fer desaparèixer les operacions intermèdies del càlcul, comuna a tots els tipus d'àbacs, tenia un inconvenient, no es podien repassar els càlculs. Per revisar-los, s'havien de tornar a fer.

• Segon problema: De quina manera es podia aconseguir deixar constància dels càlculs i dels resultats obtinguts?

Solució: amb la creació dels *sistemes de numeració escrita*

[2]Del llatí "abacus", terme que, a part del seu significat en la disciplina matemàtica, s'utilitza per designar una superfície plana generalment rectangular. Aquesta seria utilitzada amb finalitats diverses, des d'una taula per dipositar ofrenes en els temples grecs fins al panell que coronava les columnes dels edificis per fer de suport dels elements arquitectònics superiors.

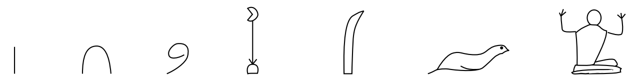
Això significava la creació de símbols gràfics, per representar nombres, que es fixaven sobre diversos tipus de suports materials amb tècniques variades. Aquests símbols evolucionarien fins aconseguir desbancar els àbacs com a eines de càlcul.[3]

2 Numeració escrita no posicional. Sistemes additius

En els sistemes additius cada símbol utilitzat per representar els nombres té un valor propi, independent de la posició, i el valor del nombre a representar s'obté de la suma dels nombres representats per tots els símbols que el conformen. Aquests símbols representen, en molts casos, els valors dels nombres de base.

La numeració egípcia

Un exemple de sistema additiu, el tenim en la numeració jeroglífica egípcia. Aquesta disposava, en el tercer mil·lenni abans de Crist, de signes per a totes les potències de 10, des de la primera fins la sisena.[4]



1 10 100 1000 10000 100000 1000000

Així els símbols per a les diferents potències eren:

– Una petita línia vertical per a l'1.

– Una línia en forma de nansa per al 10.

– Una petita espiral per al 100.

– Una flor de lotus per al 1000.

– Un dit aixecat i una mica inclinat per al 10000.

– Una granota amb la cua avall per al 100000.

– Un home de genolls amb els braços aixecats per al 1000000.

Els nombres s'escrivien de dreta a esquerra, seguint l'ordre decreixent d'unitats. Moltes vegades els símbols per al mateix tipus d'unitats es superposaven sobre dues o tres línies.[5] Per exemple el nombre 12326 es podia escriure:

[3] L'aparició de la numeració escrita no comportà la desaparició de l'àbac. Actualment hem vist utilitzar els àbacs de boles a comerciants de cultures diverses, amb una destresa increïble.

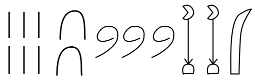
[4] Els símbols jeroglífics consistien en imatges gràfiques que podien representar:

– La pròpia figura dibuixada, o una acció lligada a la imatge. En aquest cas reben el nom d'*ideogrames*.

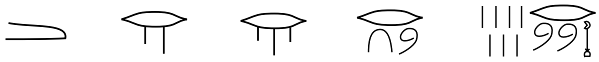
– El so del nom de la figura dibuixada. Llavors reben el nom de *fonogrames*.

Els objectes es representaven pel seu ideograma, acompanyats dels fonogrames que articulaven el so del seu nom. L'escriptura jeroglífica s'utilitzava en les activitats decoratives i solemnes. En ser d'execució lenta, els signes jeroglífics van ser simplificats pels escribes fins convertir-se en els signes *hieràtics*, molt més esquemàtics i simples de traçar.

[5] També es podien superposar símbols d'unitats diferents.



Quants a les fraccions, només utilitzaven les que tenen numerador 1 i, en alguns casos 2/3 i 3/4. Les fraccions de numerador 1, —les quals anomenarem *unitàries*—, es representaven, amb l'excepció de 1/2, amb el símbol jeroglífic de la boca, situat damunt dels símbols que representaven el denominador. Les fraccions 1/2, 2/3 i 3/4 tenien símbols especials. Quan el denominador era massa gran, la part que no hi cabia s'escrivia a l'esquerra.



1 / 2   2 / 3   3 / 4   1 / 110   1 / 1207

• Tercer problema: S'observen deficiències en els sistemes additius

Dues d'aquestes deficiències són:

- La gran quantitat de símbols necessaris per escriure els nombres, tot i que l'existència de símbols especials per a les potències de la base simplifica la representació.
- Com establir algoritmes (procediments) eficients quan es volen fer operacions diferents a la suma i a la resta.

Presentem, pel seu enginy, un mètode que utilitzaven per a les multiplicacions el qual només requeria fer sumes i multiplicacions per 2.

Exemple de producte d'enters en el sistema egipci

Es tracta d'efectuar el producte 109×19.
Sigui 19 el multiplicador. Construïm dues columnes de nombres. La primera té de primer coeficient el nombre 1, la segona el nombre 19.

- Multipliquem aquests coeficients per 2, i posem els resultats sota.
- Repetim l'operació amb els segons coeficients, i amb els següents, fins que a la primera columna obtenim la màxima potència de 2 que no supera el multiplicand 109. En aquest cas ens aturem a 64.
- Triem els nombres de l'esquerra que sumen 109. Ho fem començant pel 64 i triant, mentre pugem per la columna, els que afegits als ja triats, sumin un nombre que no superi el multiplicand 109.
- Finalment, sumem els nombres de la segona columna que es troben a la mateixa alçada que els triats en la primera columna. El producte desitjat ve donat pel valor d'aquesta suma.

109×19

$\boxed{1}$	$\boxed{19}$
2	38
$\boxed{4}$	$\boxed{76}$
$\boxed{8}$	$\boxed{152}$
16	304
$\boxed{32}$	$\boxed{608}$
$\boxed{64}$	$\boxed{1216}$
109	$\boxed{\boxed{2071}}$

Aquest procediment es pot interpretar des de la perspectiva que la memorització de la taula de multiplicar per 2, i el domini de l'operació de sumar, permet efectuar qualsevol multiplicació . Només cal descompondre 109 en potències de 2, i multiplicar 19 per cadascuna d'elles per a, finalment, sumar els resultats. Això és el que feien els egipcis, i suposa un coneixement implícit de la distributivitat del producte respecte de la suma, i la possibilitat de descomposició de qualsevol nombre enter en potències de 2. En el nostre llenguatge tindríem:

$$\begin{aligned} 19 \cdot 109 &= 19 \cdot (2^6 + 2^5 + 2^3 + 2^2 + 2^0) = \\ &= 19 \cdot 2^6 + 19 \cdot 2^5 + 19 \cdot 2^3 + 19 \cdot 2^2 + 19 \cdot 2^0 = \\ &= 1216 + 608 + 152 + 76 + 19 = 2071\,. \end{aligned}$$

Numeració romana

Un exemple de sistema additiu amb una nova característica, el trobem en el sistema romà. Aquest afegeix un principi subtractiu, pel qual tot signe situat a l'esquerra d'un altre que representa un valor major, era restat d'aquest últim. Això, a part de complicar una mica les representacions perquè introduïa un principi nou, també les simplificava perquè reduïa el nombre de símbols. De totes maneres, sembla clar, que l'execució de càlculs es complicava.[6] Els símbols que utilitzaven eren:

$$\begin{array}{llll} \mathbf{I}\longleftrightarrow 1 & \mathbf{V}\longleftrightarrow 5 & \mathbf{X}\longleftrightarrow 10 & \mathbf{L}\longleftrightarrow 50 \\ \mathbf{C}\longleftrightarrow 100 & \mathbf{D}\longleftrightarrow 500 & \mathbf{M}\longleftrightarrow 1000\,. & \end{array}$$

Tenien diverses convencions per representar nombres grans. Una d'elles consistia en traçar una línia horitzontal sobre una agrupació de símbols per multiplicar el nombre que representen per mil, i dues línies per multiplicar-lo per un milió. Per exemple,

$$\begin{array}{ll} \mathbf{XXXIV}\longleftrightarrow 34 & \overline{\mathbf{XXX}}\,\mathbf{IV}\longleftrightarrow 30004 \\ \overline{\mathbf{XXXIV}}\longleftrightarrow 34000 & \overline{\overline{\mathbf{XXX}}}\,\mathbf{IV}\longleftrightarrow 30000004\,. \end{array}$$

3 Numeració escrita no posicional. Sistemes multiplicatius

• Una primera solució al tercer problema

Afegir un principi multiplicatiu a la representació dels nombres

Els sistemes multiplicatius van afegir, al principi additiu, el principi multiplicatiu. Es tractava de representar el nombre implicat en cada ordre d'unitats mitjançant dos símbols: el símbol que indicava l'ordre, i el símbol que indicava el nombre d'unitats d'aquell ordre. Això simplificava la representació, perquè el nombre de símbols disminuïa en no tenir que acumular símbols del mateix ordre. Un exemple totalment desenvolupat el trobem en la numeració xinesa del segle XIV. Els seus símbols eren

[6] És una opinió generalitzada que els sistemes additius i, especialment el romà per la seva característica subtractiva, presenten greus deficiències com a eines de càlcul, especialment per efectuar productes i divisions, encara que alguns autors defensen que aquesta idea és errònia.

一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	百	千	萬
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	100	1000	10000

Així, per escriure el nombre 179, no tenien que acumular un total de 17 símbols, com haguessin fet els egipcis, sinó que en tenien prou amb 5:

$$179 = 1 \times 100 + 7 \times 10 + 9$$

一	百	七	十	九
1	100	7	10	9

• Una solució quasi definitiva

> L'adopció d'un sistema en què la posició dels símbols representés diferents tipus d'unitats.

Si s'observa aquest sistema, només calia un pas per saltar a l'adopció d'un sistema de posició. Calia fer desaparèixer els símbols que indicaven l'ordre de les unitats, conservar la posició dels altres, i adoptar el conveni que el primer símbol de la dreta representava unitats de primer ordre, el segon símbol de segon, i així successivament. Si els xinesos haguessin caigut en això, comprovant les avantatges d'aquest nou sistema, l'escriptura del nombre anterior hagués esdevingut

一 七 九

Haurien obtingut un nou avanç, però se'ls hagués creat un nou problema. El de no poder distingir entre aquest nombre i, per exemple, el 10079, en no disposar d'un símbol per al zero.

4 Sistemes de posició

L'aparició dels sistemes de numeració de posició i el descobriment del zero, representaria el pas definitiu per assolir un sistema escrit en què es poguessin desenvolupar procediments de càlcul de manera òptima. La seva característica consisteix a que els valors dels símbols no són absoluts, sinó relatius al lloc que ocupen entre els altres símbols.

El sistema sexagesimal de posició a Babilònia

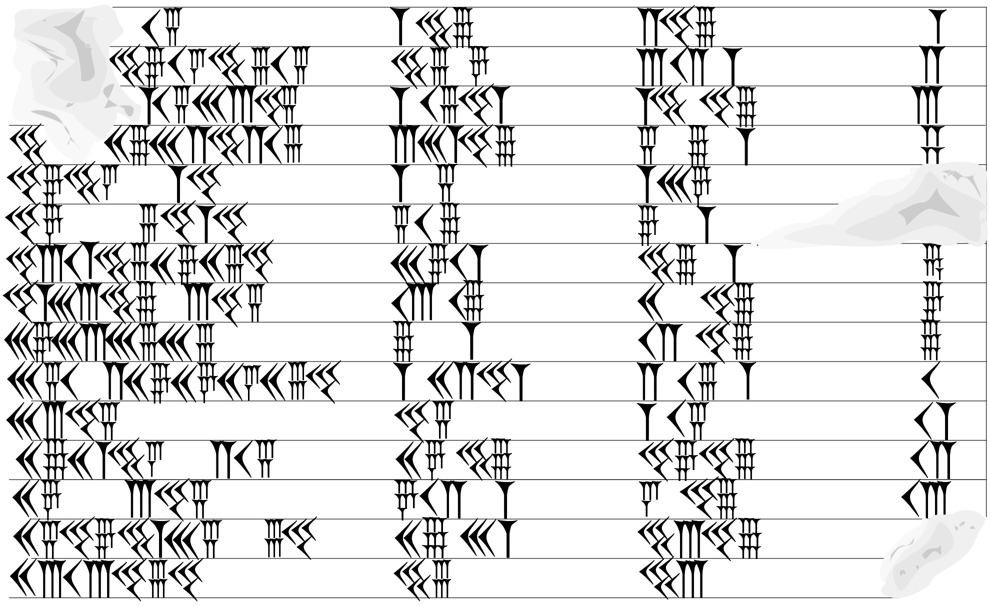
La primera numeració escrita de posició aparegué, als voltants del segle XIX aC, entre els astrònoms i matemàtics babilonis, molt abans que en cap altra civilització.
La civilització babilònica tingué en la ciutat de Babilònia,[7] en diferents èpoques del període 2000-500 aC, el centre de la seva cultura.[8] Es desenvolupà a la vall de Mesopotàmia[9], regió compresa entre els rius Tigris i Eufrates, actualment territori de l'Irak, fronterer amb l'Iran. Aquesta regió es comunicava amb el Golf Pèrsic per una línia costanera que no coincidia amb l'actual sinó que es trobava més al nord, de manera que els

[7]Babilònia, de nom bíblic Babel, té una etimologia força dual relacionada amb l'hebreu *Bālal*, confondre, i *Babili*, traducció babilònica del nom sumeri "Porta o Torre de Déu".

[8]Aquesta civilització té els seus orígens en les civilitzacions sumèria i acàdia de la Baixa Mesopotàmia a partir del quart mil·lenni aC.

[9]*meso*, "entre", i *potamos*, "riu"

dos rius s'abocaven a la mar per separat. Els primers documents escrits hi apareixen a finals del quart mil·lenni, i el tipus de grafisme utilitzat s'anomena *escriptura cuneïforme*, (del llatí *cuneus*), per ser els seus signes compostos d'elements en forma de cuny o tascó. Eren gravats amb unes canyes, anomenades *càlams*, de part inferior afilada, de les quals no es conserva cap exemplar, sobre unes tauletes d'argila humida posades posteriorment a assecar.

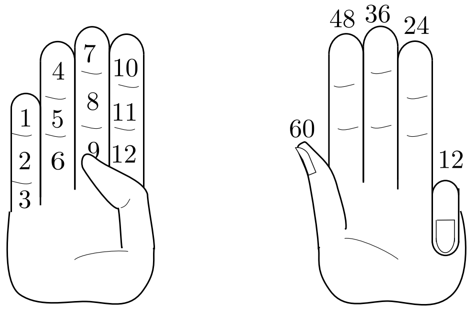


D'aquestes se n'han trobat a la vora de mig milió, i es conserven repartides a diferents museus d'arreu del món. Existeixen col·leccions força importants al British Museum de Londres, al Louvre de París i a diferents Universitats nord-americanes com Colúmbia, Pennsylvània, Yale, etc. En el segle XIX es feren progressos en la seva lectura i, a partir del segon quart del segle XX, s'han fet exposicions força completes de les matemàtiques que allí s'hi troben.
Un exemple interessant i d'estudi força complex és la tauleta Plimpton 322 que es conserva a la George A. Plimpton Collection, Rare Book and Manuscript Library, de la Universitat de Columbia. Té una datació entre el 1900 i el 1600 aC i va ser descrita, per primer cop, per Otto Neugebauer i Abraham Sachs l'any 1945. La fractura de la seva part esquerra fa pensar que formava part d'una tauleta més gran. Algunes de les seves inscripcions es troben esborrades, la qual cosa no ha impedit fer-ne l'anàlisi i posterior interpretació. A la figura que hem adjuntat més amunt, es troben reproduïdes les quatre columnes numèriques de la taula. Hi falta l'encapçalament, en el qual sobre les columnes segona i tercera —mirant de dreta a esquerra—, s'hi troben les paraules "amplada" i "diagonal". Una part de la seva importància rau en què demostra que el teorema de Pitàgoras era conegut a Babilònia més de 1000 anys abans del naixement de Pitàgoras.

• Característiques del sistema babiloni

> Aquest sistema era sexagesimal, —base 60—, i tenia caràcter additiu i decimal dins de cada ordre d'unitats.

Sobre l'origen de l'elecció de la base 60, s'han fet moltes conjectures. Des d'explicacions que es basen en la fusió de dos sistemes, —un de base 12 i un altre de base 5—, de procedència anatòmica , fins d'altres que la justifiquen per les seves avantatges en el càlcul. També hi ha arguments basats en consideracions geomètriques i astronòmiques, els quals Ifrah critica dient que «suposen que el que és abstracte precedeix allò que és concret, imaginant que la geometria i l'astronomia han sigut ciències elaborades abans de l'aparició de les ciències aplicades». La hipòtesi defensada per Ifrah és la de la fusió de dos sistemes de bases 12 i 5. Es duria a terme comptant de l'1 fins el 12 amb la mà dreta, utilitzant el polze per assenyalar cadascuna de les 12 falanges dels altres dits. En arribar a la falange 12, es doblegaria el dit petit de la mà esquerra. Es repetiria l'operació amb la mà dreta per comptar de 13 a 24, i en arribar a aquest últim es doblegaria el dit anular. Repetiríem el procés fins doblegar tots els dits de la mà esquerra. El puny esquerre tancat representaria 60 unitats. Així, en la figura adjunta veiem com es representaria el nombre 21.



9 + 12 = 21

El fet de tenir caràcter additiu i decimal dins de cada ordre, implicava no tenir un símbol per a cada nombre del 1 al 59. Com en els sistemes additius, existia un símbol per a les potències de la base 10, dins de cada ordre de base 60. És a dir hi havia dos símbols, el *clau* 𒁹 per representar l'1, i l'*espiga* 𒌋 per representar el 10. Tots els altres nombres, des de l'1 fins el 59 es representaven acumulant claus i espigues.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 20 30 40 50

Per exemple, el nombre 11505 es representa:

$$3 \cdot 60^2 + 11 \cdot 60 + 45 = 11505$$

Aquest caràcter additiu i l'absència d'un signe pel zero planteja algunes dificultats. Per exemple, el nombre que acabem de representar, l'haguéssim pogut interpretar com

$$3 \cdot 60^3 + 11 \cdot 60^2 + 40 \cdot 60 + 5 = 690005\,.$$

Això passava perquè no sempre es deixava un espai entre unitats de diferent ordre. A més si en algun ordre no hi havia unitats, no tenien un símbol per representar-ho, és a dir, no tenien un símbol per al zero. D'aquesta manera el nombre que hem representat s'hagués pogut llegir:

$$3 \cdot 60^3 + 11 \cdot 60^2 + 45 = 687645\,.$$

Se sap que, en època tardana, pels voltants del segle IV aC, utilitzaven un doble clau inclinat , o una doble espiga oblíqua per assenyalar la falta d'unitats d'algun

ordre. Entre els astrònoms també es trobà, aquesta representació per al zero, en posició inicial o final.
Una dificultat més venia donada perquè representaven les fraccions amb la mateixa notació de posició, però no tenien cap signe per separar la part entera de la fraccionària, com ara la nostra coma decimal. Així 𒁹 𒌋 podia representar $1 + 10/60$. En aquests casos el context proporciona la lectura correcta.

5 El sistema decimal posicional

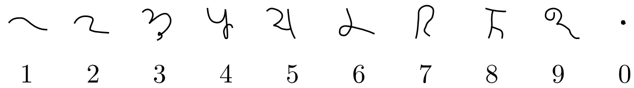
• La solució final al problema de la creació d'un sistema de numeració eficient

> La creació d'un sistema posicional sense intervenció del principi additiu i amb la inclusió d'un símbol, —el zero—, per indicar l'absència d'unitats d'algun ordre.

La civilització índia fou la primera a utilitzar un sistema posicional en què no intervenia el principi additiu, la qual cosa s'aconseguí amb la introducció de símbols individualitzats per a cadascun dels nombres que representaven les unitats de cada ordre. En ser 10 la seva base de numeració, això implicava que treballaven amb 10 símbols, xifres o numerals, entre els que n'incloïen un per al *zero*. El document més antic en què es demostra l'ús del zero i de la numeració decimal de posició és el tractat de cosmologia *Lokavibhaga* [*Les parts de l'Univers*] de l'any 458 de la nostra era. Les xifres són indicades pels seus noms en llengua sànscrita:[10]

eka	1	*dvi*	2	*tri*	3	*chatur*	4	*pancha*	5
shat	6	*sapta*	7	*ashta*	8	*nava*	9	*shunya*	0

Quant a les figures numerals per designar aquests nombres, podem trobar els seus orígens a l'escriptura *brahmi*, en el segle III aC. D'aquesta es conserven pocs símbols, i alguns d'ells es tracen encara amb més d'un traç, com el 2 que es presenta amb dos traços verticals, recordant l'estructura additiva. Aquesta representació evoluciona, fins que en el segle VII trobem 10 símbols totalment individualitzats, fets d'un sol traç. Així, per exemple, en un fragment del manuscrit *Bakhshali* de datació problemàtica [IX–XII], trobem els símbols:



1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Actualment usem el sistema ideat pels indis, el qual va ser ampliat pels àrabs en el terreny de la representació de fraccions de la unitat mitjançant fraccions decimals, amb una notació similar a l'actual.[11] Moltes vegades se sol anomenar el nostre sistema, de numeració aràbiga, però és de justícia anomenar-lo de numeració indoaràbiga.

[10]L'historiador de la matemàtica Josep Pla remarca la semblança d'alguns d'aquests noms amb els actuals.

[11] Vegeu Pla, Josep [1998], «Panoràmica del sistema decimal posicional des dels orígens indis a l'*Arismètica* de Santcliment», *Calligraphia et Tipographia, Arithmetica et Numerica, chronologia*, Ru-

Una mica d'etimologia

Amb l'adopció de la numeració índia per part dels àrabs, aquests van traduir la paraula sànscrita *shunya* que representava el zero, —la qual tenia significat literal de "buit"—, per *sifr* que té el mateix significat. Aquesta paraula va passar romanitzada a Europa, via Espanya i França, convertint-se en *sifra, cifra, cyfra, cyphra, zephirum*, etc. A partir del segle XV s'utilitzà per representar, a més del zero, qualsevol altre signe o figura numeral. En castellà ha quedat *cifra*, en francès *chiffre*, en català *xifra*, en alemany *ziffer.* En canvi els anglesos utilitzen el terme *numeral* del llatí *numerus* que el diferencia de nombre o número —*number*—. També en català s'utilitza el terme *numeral.* Quant al terme "zero" va resultar de la contracció de la traducció feta per Fibonacci de "sifr" per "zephirum".

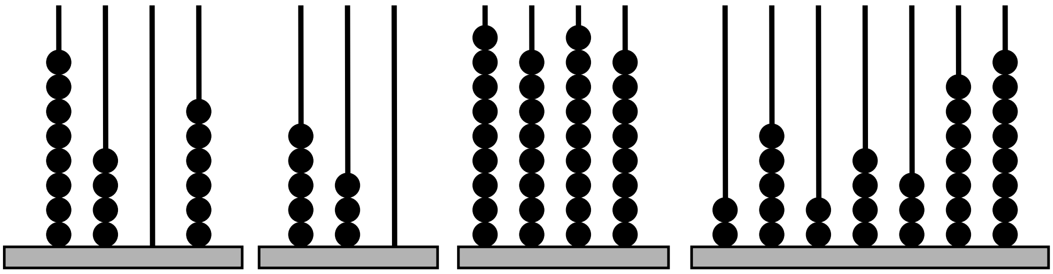
brica 7, de Paleographica et Diplomatica Studia, 102–256, per a una visió àmplia i documentada del desenvolupament del sistema decimal posicional fins el segle XV, en què apareix la primera aritmètica de la península ibèrica, la qual fou escrita en català el 1482.

6 Activitats

1. Escriviu els noms dels nombres següents:

$$26,\ 83,\ 347,\ 5128,\ 33489,\ 119870,\ 6034581.$$

2. Observeu els àbacs següents, en què l'ordre de les unitats augmenta de dreta a esquerra i la base de numeració és 10. Escriviu amb dígits els nombres que representen i després els seus noms.

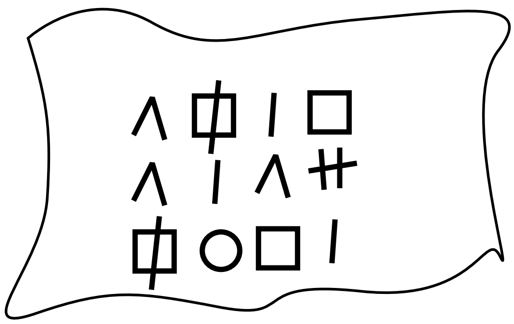


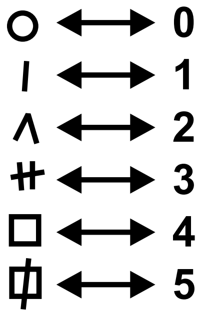
3. Useu com a base de numeració el nombre de dits d'una mà.

a) De quina manera indicaríeu 23 amb dues mans?

b) Quantes mans utilitzaríeu per comptar 218 objectes, i com els representaríeu?

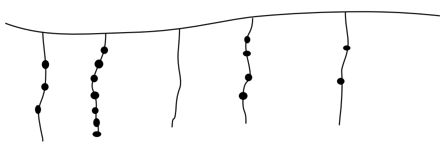
4. Uns viatgers en un país imaginari han trobat la inscripció de la imatge adjunta i després d'estudiar la cultura del país han trobat les equivalències simbòliques escrites al seu costat





Traduïu i interpreteu la inscripció.

5. Hem trobat un cordill del que pengen 5 cordills. En el primer cordill s'han practicat 3 nusos, en el segon 7, en el tercer cap, en el quart 4 i en el cinquè 2. Cada cordill representa un ordre d'unitats, i aquest creix seguint l'ordre dels cordills d'esquerra a dreta.



a) Sabem que es treballa en base 10. Quin és el nombre representat en la configuració de nusos?

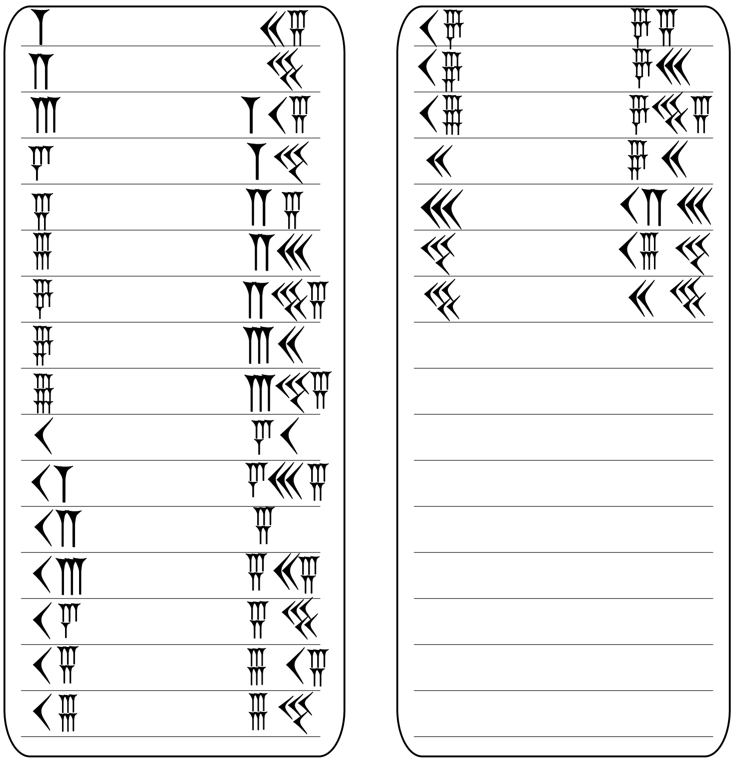
b) Contesteu el mateix si la base és 8. I si la base és 6?

6. Escriviu amb nombre romans i nombres xinesos els nombres 23, 49, 51, 238 i 1467.

7. He fet servir unes quantes pedretes per fer el recompte d'alumnes d'un Institut d'un en un, —cada pedreta dipositada en un contenidor em serveix per comptar un alumne—, aprofitant l'hora de sortida del centre. Al final he comptat 1326 alumnes. Si he utilitzat el concepte contingut en el sistema posicional decimal, quantes pedretes han sigut necessàries per fer el recompte?

8. Useu com a base les 12 falanges dels quatre dits d'una mà, prescindint del polze. Quin és el nombre màxim d'objectes que poden comptar 5 persones, si cadascuna d'elles utilitza una mà, —l'altra mà s'utilitza per assenyalar la falange implicada en el recompte, i la persona que compta les unitats d'ordre més gran no utilitza la falange que representa el 12—.

9. Us presentem la reproducció d'una tauleta babilònica d'argila per les dues cares:



Podríeu explicar-ne el significat?

Ara toca investigar !

10. Trobeu quatre nombres consecutius que sumin 2854 i cinc nombres consecutius que sumin 4170.

11. Si reparteixo vuit mil quatre-cents trenta-sis fullets d'informació d'una festa major entre trenta-cinc pobles d'una comarca en parts iguals, quants fullets em quedaran per repartir?

12. El joc del dòmino es juga amb un conjunt de fitxes que contenen totes les parelles possibles de nombres (repetides o no) que es poden formar amb els nombres 0, 1, 2, 3, 4, 5 i 6. Calculeu

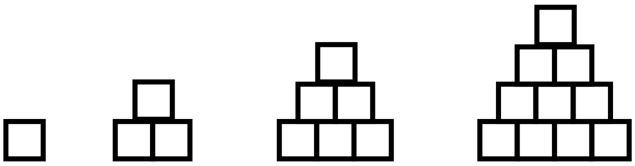
a) Quantes fitxes té?

b) Si només s'utilitzessin els nombres 1, 2, 3 i 4, quantes fitxes tindria?

c) I si s'utilitzessin els nombres del 0 al 12.

13. Amb dos daus de sis cares es vol representar qualsevol dia de qualsevol mes. Com dissenyaríeu els daus si només hi pot haver una xifra a cada cara?

14. Si observem la imatge adjunta trobem 1, 3, 6 i 10 quadrats.



a) Si afegíssim files de la mateixa manera fins arribar a una fila amb dotze quadrats, quants n'hi hauria en total?

b) I si ho féssim fins la fila 2008?

15. Albrecht Dürer [1471–1530] és autor del gravat *Melencolia* del qual es mostra un fragment. Hi podeu descobrir un "quadrat màgic". En podeu construir un altre amb disposició numèrica diferent. (Podeu provar primer amb quadrats de 9 nombres.)