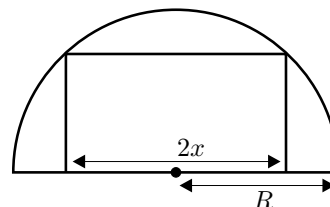


1. Resoleu una de les dues qüestions següents:

**1A** Considereu la funció  $f(x) = \frac{1}{x^2}$ .

- (a) Utilitzeu la definició de derivada per demostrar que  $f'(x) = -\frac{2}{x^3}$ .
- (b) Trobeu l'equació de la recta tangent al gràfic de  $f$ , paral·lela a la recta  $x - 4y = 0$ .

**1B** Considereu tots els rectangles inscrits en un semicercle de radi  $R$ , amb un costat de mesura  $2x$  sobre el diàmetre.



- (a) Demostreu que la superfície d'aquest rectangle ve descrita per la funció

$$S(x) = 2x\sqrt{R^2 - x^2}, \quad \text{a l'interval } 0 < x < R.$$

- (b) Calculeu  $S'(x)$ , feu l'estudi gràfic del seu signe i deduiu-ne els valors dels costats del rectangle de superfície màxima.

2. Utilitzeu les regles de càlcul de derivades per demostrar que:

a)  $a(x) = x(3x - 5)^5 \implies a'(x) = (18x - 5)(3x - 5)^4$ .

b)  $b(x) = \frac{x - 2}{(x^2 + 1)^3} \implies b'(x) = \frac{1 + 12x - 5x^2}{(x^2 + 1)^4}$ .

3. Sigui la funció  $f(x) = 2 + \sqrt{x - 4}$ . Trobeu la seva funció inversa i representeu els gràfics de les dues funcions. (No cal calcular derivades ni asímptotes.)

4. Sigui la funció  $f(x) = \frac{-x^2 + 6x}{x + 2}$ . Sabem que, —no cal fer-ne el càlcul—,

$$f'(x) = \frac{-x^2 - 4x + 12}{(x + 2)^2} \quad \text{i} \quad f''(x) = \frac{-32}{(x + 2)^3}.$$

- a) Estudieu els signes de les derivades, mitjançant els gràfics de rectes i/o paràboles, i interpreteu-los.
- b) Cerqueu els talls amb els eixos i, mitjançant el càlcul de límits, les seves asímptotes.
- c) Dibuixeu el gràfic de la funció a partir de la informació obtinguda en els apartats anteriors.