

1. Simplifiqueu i racionalitzeu quan calgui de manera que en els resultats no apareguin exponents negatius ni fraccionaris. (No utilitzeu els nombres decimals ni la calculadora):

$$\text{a) } \frac{\sqrt[5]{a^9 b^6} \sqrt[10]{a}}{\sqrt[4]{ab}} \quad \text{b) } \sqrt{18} - \sqrt{8} + \frac{10}{\sqrt{2}} \quad \text{c) } \frac{\sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}$$

2. Resoleu l'equació:  $\sqrt{8 - x^2} = x^2 - 2$ .

3. Sabem que en un pentàgon regular la raó entre la diagonal i el costat és  $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ . Calculeu, amb l'ajut d'aquesta informació, **el valor exacte** de  $\cos 108^\circ$ .

4. Considereu el polinomi  $p(x) = x^3 - 11x^2 + 30x$ .

- Trobeu els  $x$  tals que  $p(x) = 18$ .
- Estudieu el signe de  $p(x)$  a partir dels gràfics dels seus factors primers.
- Trobeu per a quins valors  $x$  la funció presenta un màxim o un mínim locals.

5. Considereu els punts  $A(0, 0)$ ,  $B(3, -1)$  i  $C(6, 8)$ . Trobeu:

- L'equació explícita de la recta que passa per  $C$  i és paral·lela a la recta que conté  $A$  i  $B$ .
- La distància de  $B$  a la recta  $r$  que conté  $A$  i  $C$ .
- L'angle  $\widehat{ACB}$ .
- L'equació general de la circumferència que passa per  $A$ ,  $B$  i  $C$ , el seu centre i el seu radi.
- L'equació i la descripció del lloc geomètric dels punts  $P$  tals que

$$d(P, C) = 2d(P, B).$$

6. Considereu la funció  $f(x) = \frac{3x^2}{(x^2 - 1)^2}$ .

- Trobeu les seves asíptotes mitjançant el càlcul de límits.
- Comproveu que  $f'(x) = \frac{6x(1 + x^2)}{(1 - x^2)^3}$ .
- Estudieu el signe de  $f'(x)$ , la monotonia i els extrems locals de  $f(x)$ .

7. Considereu les funcions  $f(x) = 8x - 2x^2$  i  $g(x) = \frac{1}{x - 2}$ . Trobeu,

- La funció derivada  $f'(2)$  mitjançant la definició en llenguatge de límits.
- L'equació de la recta tangent al gràfic de  $f(x)$  en el punt d'abscissa  $x = 2$  i representeu gràficament la funció  $f(x)$  i aquesta recta tangent.
- La funció derivada de  $(g \circ f)(x)$ .
- El límit de la funció  $g(x)$  quan  $x$  tendeix a 2.

1. Considereu la funció  $f(x) = \frac{4(x-2)^3}{x^3}$ .
  - a) Calculeu  $f'(x)$  i  $f''(x)$ , estudeu i interpreteu-ne els signes en llenguatge de monotonia, concavitat, extrems locals i punts d'inflexió.
  - b) Trobeu-ne les asímptotes mitjançant el llenguatge de límits.
  - c) Feu-ne un gràfic, a partir de la informació recollida.
2. Considereu tots els rectangles amb dos vèrtexs d'ordenada positiva sobre la paràbola  $y = 16 - x^2$  i els altres dos sobre l'eix de les abscisses. Trobeu el que té perímetre màxim i el que té àrea màxima.
3. Trobeu l'equació del lloc geomètric dels centres de les circumferències que passen pel punt  $A(2, 0)$  i són tangents a la recta  $y = 4$ . Descriviu aquest lloc i les seves característiques.
4. Donades dues circumferències tangents exteriorment de radis 2 i 3, calculeu l'angle que formen les seves tangents comunes exteriors.