

1. Sense calculadora, opereu, simplifiqueu i racionalitzeu quan s'escaigui. (En el resultat no han d'aparèixer ni nombres decimals ni exponents negatius o fraccionaris.)

a) $\frac{2^{-4} \cdot 100a^2}{0.2^{-2}a^{-3}}$ b) $\frac{\sqrt[3]{a\sqrt{b}}}{\sqrt{ba}}$ c) $\frac{2 + \sqrt{5}}{2 - \sqrt{5}}$

2. a) Enuncieu i demostreu el teorema de l'altura.

b) Apliqueu el teorema de l'altura a la construcció de $\sqrt{21}$, a partir d'un segment que agafareu com a unitat de longitud.

c) Construïu el mateix nombre $\sqrt{21}$ a partir del teorema de Pitàgores.

3. Resoleu:

a) $\frac{x-3}{2} - \frac{1-x}{4} = \frac{6x}{8}$ b) $\begin{cases} x+3y=6 \\ 2x+y=3 \end{cases}$ c) $x^5 - 2x^3 - 3x = 0$ d) $1 - \sqrt{x} = 2x$

4. Trobeu, en cadascun dels apartats següents els nombres que satisfan les inequacions i presenteu les solucions en forma d'interval.

a) $7 - 4x < 3$ b) $x^2 - 9 > 0$ c) $\begin{cases} x+2 < 3 \\ 4-3x < 3 \end{cases}$

5. Algunes demostracions

a) Demostreu que $0 < a < b \implies \frac{1}{b} < \frac{1}{a}$, a partir de l'estudi de la diferència $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$.

b) Els nombres x parells es poden caracteritzar per la seva expressió $x = 2n$, en què $n \in \mathbb{Z}$. Demostreu que la suma de dos nombres parells és un nombre parell i que la suma de dos nombres senars és un nombre senar.

c) Els nombres x racionals es poden caracteritzar per la seva expressió $x = \frac{p}{q}$, en què $p, q \in \mathbb{Z}$ i $q \neq 0$. Demostreu que la suma d'un nombre racional i un nombre irracional és un nombre irracional.