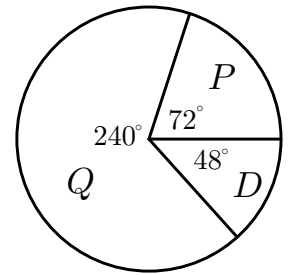


1. El diagrama de sectors de la figura adjunta, correspon a un estudi sobre el mitjà de transport que utilitzaven regularment els 2895 treballadors/es d'una població per anar a la feina l'any 2001.



- D: Població que utilitzava vehicle de dues rodes.
 - P: Població que anava a peu.
 - Q: Població que utilitzava vehicle de quatre rodes.
- a) Descriu la població objecte de l'estudi, la variable estadística i el seu tipus.
 - b) Elaboreu una taula de distribució freqüències absolutes.

a) Població objecte de l'estudi: 2895 treballadors.

Variable: Mitjà de transport utilitzat per anar a la feina l'any 2001.

Tipus de variable: Qualitativa.

b) Els valors de les freqüències absolutes són proporcionals als valors dels angles centrals dels sectors del diagrama. La lletra *n* indica freqüències absolutes:

$$\frac{n(D)}{48^\circ} = \frac{2895}{360^\circ} \implies n(D) = \frac{2895}{360^\circ} \cdot 48^\circ = \boxed{386}$$

$$\frac{n(P)}{72^\circ} = \frac{2895}{360^\circ} \implies n(P) = \frac{2895}{360^\circ} \cdot 72^\circ = \boxed{579}$$

$$\frac{n(Q)}{240^\circ} = \frac{2895}{360^\circ} \implies n(Q) = \frac{2895}{360^\circ} \cdot 240^\circ = \boxed{1930}$$

x_i	n_i
D	386
P	579
Q	1930

2. Hem fet 200 tirades de dos daus i pretenem estudiar els resultats de les sumes de punts de les dues cares que han sortit.

Sumes	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Nombre de vegades	6	12	15	23	24	30	30	22	16	13	9

- a) Descriu la població objecte de l'estudi, la variable estadística i el seu tipus.
- b) Presenteu en una taula les freqüències absolutes i les absolutes acumulades.
- c) Calculeu la mitjana aritmètica i la mediana de les sumes obtingudes.
- d) En quin percentatge de tirades la suma de punts és igual a 7 ? I menor que 7 ? (Expliqueu com ho heu esbrinat.)

a) Població objecte de l'estudi: 200 tirades de dos daus.

Variable: Suma de punts de les dues cares.

Tipus de variable: Quantitativa discreta.

x_i	n_i	N_i	$n_i \cdot x_i$
2	6	6	12
3	12	18	36
4	15	33	60
5	23	56	115
6	24	80	144
7	30	110	210
8	30	140	240
9	22	162	198
10	16	178	160
11	13	191	143
12	9	200	108
	200		1426

$$c) \bar{x} = \frac{1426}{200} = 7.13.$$

Me = 7, perquè correspon al valor de la variable que ocupa el lloc 100, el qual es troba entre les freqüències acumulades 80 i 110 de la taula que es corresponen al valor 7.

d) La suma de punts és igual a 7 en 30 tirades. Per tant, la freqüència relativa és $\frac{30}{200} = 0.15$ i el percentatge és del 15%.

La suma de punts és menor que 7 en 80 tirades. Per tant, la freqüència relativa acumulada és $\frac{80}{200} = 0.40$ i el percentatge és del 40%.

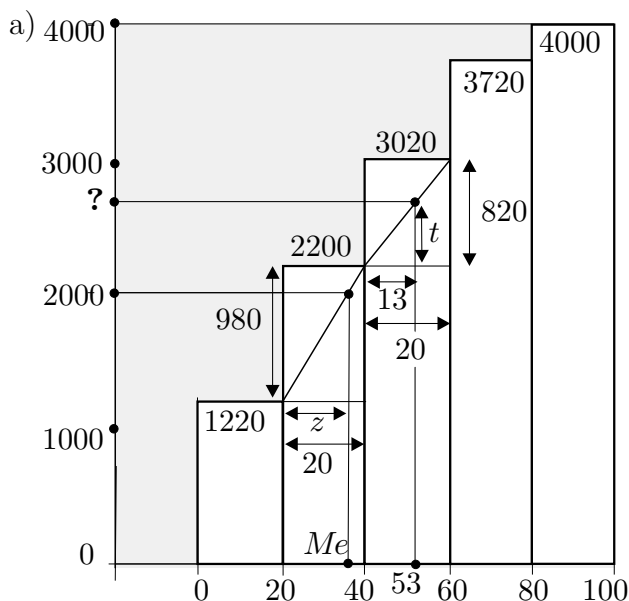
3. En una població de 4000 habitants la distribució de freqüències absolutes de les edats dels seus habitants és la de la taula adjunta.

- a) Representeu l'histograma de freqüències absolutes acumulades.
- b) Calculeu la mediana.
- c) Calculeu el percentatge d'individus que no té més de 53 anys. Quin nom té aquest paràmetre?
- d) Calculeu la mitjana i la desviació estàndard de la variable.
- e) Triem una mostra de 100 individus de la població amb la distribució següent:

x_i	n_i
[0 , 20)	1220
[20 , 40)	980
[40 , 60)	820
[60 , 80)	700
[80 , 100)	280

Edats	[0 , 20)	[20 , 40)	[40 , 60)	[60 , 80)	[80 , 100)
Nombre d'individus	33	23	18	16	10

Raoneu, a partir del càlcul de la seva mitjana aritmètica i la seva desviació estàndard, si us sembla representativa de la població total.



b) $Me = 20 + z$, en què $\frac{z}{40 - 20} = \frac{2000 - 1220}{2200 - 1220}$.

Per tant, $Me = 20 + \frac{20 \cdot 780}{980} \approx 35.92$.

c) Calculem el valor de t en el gràfic:

$$\frac{t}{53 - 40} = \frac{3020 - 2200}{40 - 20} \implies t = \frac{820 \cdot 13}{20} = 533.$$

Per tant, hi ha $2200 + 533 = 2733$ observacions en què no se superen els 53 anys. Això correspon a una freqüència relativa acumulada de valor $\frac{2733}{4000} = 0.68325$, és a dir un 68.325%.

Aproximadament és el percentil $P_{68.3}$.

m_i	n_i	$m_i \cdot n_i$	$m_i^2 \cdot n_i$
10	1220	12200	122000
30	980	29400	882000
50	820	41000	2050000
70	700	49000	3430000
90	280	25200	2268000
	4000	156800	8752000

$$\Rightarrow \begin{cases} \bar{x} = \frac{156800}{4000} = \boxed{39.2}. \\ \sigma = \sqrt{\frac{8752000}{4000} - 39.2^2} = \sqrt{651.36} \approx \boxed{25.52}. \end{cases}$$

m_i	n_i	$m_i \cdot n_i$	$m_i^2 \cdot n_i$
10	33	330	3300
30	23	690	20700
50	18	900	45000
70	16	1120	78400
90	10	900	81000
	100	3940	228400

$$\Rightarrow \begin{cases} \bar{x} = \frac{3940}{100} = \boxed{39.4}. \\ \sigma = \sqrt{\frac{228400}{100} - 39.4^2} = \sqrt{731.64} \approx \boxed{27.05}. \end{cases}$$

Quant a la mesura central \bar{x} la mostra és molt bona però té un excés de dispersió, la qual cosa la fa una mica defectuosa. Fixem-nos en que l'error és aproximadament

$$\frac{27.05 - 25.52}{25.52} \approx 6\%$$

sobre la verdadera desviació.

4. [Qüestió voluntària]: Demostreu l'equivalència de les dues fórmules del càlcul de la variància.

$$\begin{aligned} \frac{\sum_i (x_i - \bar{x})^2 \cdot n_i}{N} &= \frac{\sum_i x_i^2 \cdot n_i}{N} - \frac{\sum_i 2x_i \cdot \bar{x} \cdot n_i}{N} + \frac{\sum_i \bar{x}^2 \cdot n_i}{N} \\ &= \frac{\sum_i x_i^2 \cdot n_i}{N} - 2\bar{x} \cdot \frac{\sum_i x_i \cdot n_i}{N} + \bar{x}^2 \cdot \frac{\sum_i n_i}{N} \\ &= \frac{\sum_i x_i^2 \cdot n_i}{N} - 2\bar{x} \cdot \bar{x} + \bar{x}^2 \cdot \frac{N}{N} \\ &= \frac{\sum_i x_i^2 \cdot n_i}{N} - 2\bar{x}^2 + \bar{x}^2 \\ &= \frac{\sum_i x_i^2 \cdot n_i}{N} - \bar{x}^2. \end{aligned}$$