

1. Considereu les funcions $f(x) = -x^2 + \frac{15}{2}x - 13$ i $g(x) = \frac{2}{1-x}$.

a) Determineu els punts en què es tallen els seus gràfics.

b) Calculeu

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} g(x), \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} g(x), \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x), \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x).$$

c) Representeu $f(x)$ i $g(x)$ gràficament sobre uns mateixos eixos de coordenades, a partir de la informació anterior i dels talls amb els eixos.

d) Calculeu l'àrea del recinte limitat entre els dos gràfics.

2. Considereu la funció $f(x) = x^3 - 6x^2$, definida en l'interval $[\lambda, 6]$.

Per a quins valors de λ , la funció presenta un mínim absolut en $x = \lambda$?

3. Donada la funció $f(x) = \ln\left(\frac{x^2}{3x+1}\right)$, esbrineu:

a) El seu domini.

b) La continuïtat en el punt $x = 0$.

c) La funció derivada $f'(x)$.

d) L'abscissa del punt del gràfic en què la recta tangent forma un angle de 45° amb la direcció positiva de l'eix d'abscisses.

4. Calculeu les integrals:

a) $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx.$

b) $\int \sin^3 x dx.$ [Indicació: $\sin^3 x = \sin^2 x \cdot \sin x.$]

c) $\int_0^2 \frac{x+1}{x^2+4} dx.$