

1. Considereu la funció  $f(x) = \sqrt{x^2 - 3} - x$ .

a) Trobeu el seu domini.

b) Calculeu  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  i  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .

c) Esbrineu si existeix alguna recta tangent al gràfic de  $f$  paral·lela al gràfic de  $y + 3x = 3$  i, en cas afirmatiu, trobeu-ne l'equació.

2. Sigui la funció  $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}$ .

a) Trobeu-ne els extrems relatius, els punts d'inflexió i els intervals de monotonia i concavitat.

b) Calculeu les seves asímptotes mitjançant el càlcul de límits i utilitzeu la informació recollida i els talls amb els eixos per representar  $f$  gràficament.

3. Si una joguina té un preu de venda de 130 euros, la compren 1000 persones. S'ha comprovat que per cada euro que s'augmenta aquest preu el nombre de compradors disminueix en 50 persones.

a) Calculeu el nombre  $N(x)$  de joguines venudes en funció del preu de venda  $x$  de cada joguina i comproveu que és

$$N(x) = 7500 - 50x.$$

b) El preu de cost, —preu que paga el comerciant per l'adquisició—, de les joguines és de 80 euros. Calculeu el benefici total  $B(x)$  en funció del preu de venda  $x$  de cada joguina i comproveu que és

$$B(x) = -50x^2 + 11500x - 60000.$$

c) Trobeu, de manera raonada, el preu de venda pel qual s'obté el benefici total màxim i quantes joguines es venen en aquest cas.

4. Trobeu l'àrea del recinte tancat determinat pels gràfics de

$$x = 0, \quad y = 0, \quad y = 1, \quad y = \ln x.$$

5. Calculeu les integrals indefinides:

a)  $\int \frac{1}{1 + e^x} dx$ , (utilitzeu el canvi de variable  $e^x = t$ ).

b)  $\int \sin^2 x dx$ , (per parts o expressant  $\sin^2 x$  en funció de  $\cos(2x)$ ).