

### Anàlisi

1. a) Considereu la funció  $f(x) = 4x - x^2$ , calculeu l'equació de les rectes tangents a la gràfica de  $f$  en els punts d'abscisses  $x = 0$  i  $x = 4$ .  
b) Amb el canvi de variable  $t = \sqrt{2x+1}$ , calculeu la integral indefinida  $\int \frac{dx}{x\sqrt{2x+1}}$
2. Estudia les asímptotes, els intervals de creixement i de decreixement, concavitat i convexitat, màxims, mínims relatius i punts d'inflexió de la funció  $f(x) = e^{-x^2}$ .
3. Un home disposa de 300 m de filferro per a tancar un camp de forma rectangular. Un dels costats del rectangle se situarà sobre una tanca que ja hi ha (per tant en aquest costat del rectangle no cal posar filferro). Busqueu les dimensions de l'àrea màxima de camp que es pot tancar.
4. Sigui la funció  $f(x) = \frac{x+1}{x^2-x-2}$ , calcula les seves asímptotes i estudia la continuïtat.

### Àlgebra i Geometria

1. Sigui  $A$  la matriu:

$$\begin{pmatrix} m & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & m \end{pmatrix}$$

- a) Calcula el valor del rang de la matriu  $A$  en funció del paràmetre  $m$ .
- b) Per  $m = 5$ , quin és el rang d' $A$ ? Expressa per aquest valor de  $m$  (si és possible) una fila com a combinació lineal de les restants.
2. Donada la recta  $r: \frac{x-3}{4} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z+2}{3}$  i el pla  $\pi: 3x + 4y + 7 = 0$ :
  - a) Esbrina la posició relativa i calcula la distància  $d(r, \pi)$ .
  - b) Calcula l'equació del pla que conté  $r$  i és perpendicular a  $\pi$ .
3. Un segment d'extrems  $A = (5, 3, 1)$  i  $B = (4, 2, -1)$  es divideix en tres parts iguals mitjançant dos plans perpendiculars a aquest segment. Calculeu les equacions dels dos plans i la distància entre ells.
4. Considereu els punts de l'espai  $A(0, 0, 1)$ ,  $B(1, 1, 2)$  i  $C(0, -1, -1)$ 
  - a) Trobeu l'equació del pla  $ABC$
  - b) Si  $D$  és el punt de coordenades  $(k, 0, 0)$ , quant ha de valer  $k$  per tal que els quatre punts  $A, B, C$  i  $D$  siguin coplanaris?

---

**Nota:** Els alumnes que tenen tot el curs, cal que facin els tres primers exercicis de cada part. Els que tenen només una part cal que facin els 4 exercicis de la part corresponent.