

1. Considereu el quart de cercle d'equacions $\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 9 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0. \end{cases}$

Considereu tots els triangles rectangles inscrits en el quart de cercle amb un vèrtex en el punt $A(0, 0)$ i el vèrtex P de l'angle recte sobre la recta $y = 0$.

- a) Demostreu que la funció $A(x)$ que descriu l'àrea dels triangles en funció de l'abscissa x del punt P és:

$$A(x) = \frac{1}{2} x \sqrt{9 - x^2}, \quad \text{en què } 0 < x < 3.$$

- b) Trobeu raonadament, entre tots els triangles descrits, el que té àrea màxima.

2. Una paràbola, amb el seu eix de simetria paral·lel a l'eix d'ordenades, té el seu mínim en el punt $M(1, -9)$. La recta tangent al seu gràfic en el punt d'abscissa $x = \frac{3}{2}$ té pendent igual a 4. Trobeu la funció quadràtica que determina aquesta paràbola.

3. Considereu la funció $f(x) = \frac{x}{x - 2}$.

- a) Trobeu la primitiva de f que passa pel punt $(3, 2)$.
b) Calculeu l'àrea del recinte limitat pel gràfic de f , l'eix d'abscisses i les rectes $x = 1$ i $x = -1$.

4. Calculeu:

a) $\int \arctan x \, dx$.

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 + 4 + 6 + \dots + 2n}{3n^2 - n}$.

c) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\ln x}$, $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{\ln x}$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\ln x}$