

Anàlisi

Puntuació: 3+3+3+2

1. Considereu la funció  $f(x) = \frac{8 - 15x}{x^2 + 1}$ .
  - a) Trobeu el mínim de la funció en tot el seu domini.
  - b) Calculeu  $\int f(x) dx$ .
2. Considereu la funció  $f(x) = x \cdot e^x$ .
  - a) Calculeu  $\int f(x) dx$ .
  - b) Estudieu els intervals de concavitat de  $f(x)$ .
  - c) Calculeu  $f^{(n)}(x)$ , en què  $n \in \mathbb{N}$ , i demostreu el resultat per inducció.
3. Considereu la funció  $f(x) = x^3 - kx^2 + 7x$ .
  - a) Per a quins valors de  $k$  la funció no té extrems relatius o locals?
  - b) Si  $k = 5$ , trobeu les equacions de les rectes tangents paral·leles a la recta  $y = 4x$ .  
Quin angle formen amb la direcció positiva de l'eix de les abscisses?
  - c) Si  $k = 0$ , calculeu l'àrea del recinte limitat pel gràfic de la funció i les rectes  $x = -1$ ,  
 $x = 1$  i  $y = 0$ .
4. Considereu la funció  $f(x) = \ln(9 - x^2)$ . Trobeu:
  - a) El domini de  $f$ .
  - b) La funció  $f^{-1}$ .
  - c) La funció  $f'(x)$ .
  - d)  $\lim_{x \rightarrow -3^+} f(x)$ .

Àlgebra i Geometria

Puntuació: (2+1.25+0.75)+(1+1+1.5)+1.5

1. Sigui el sistema d'equacions: 
$$\begin{cases} x + ky + z = 1 \\ 3x + y + kz = 6 \\ x + 5y - 4z = 4 \end{cases}$$
  - a) Discussiu el sistema per als diferents valors de  $k$ .
  - b) Trobeu la solució dels casos compatibles.
  - c) Si cada equació representa un pla estudieu, a partir dels resultats de l'apartat (a), quines són les seves posicions relatives per als diferents valors de  $k$ .
2. Donada la recta  $r : \frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = z-2$  i el pla  $\pi : 2x - 4y + 5z = 0$ :
  - a) Trobeu l'equació implícita del pla perpendicular a  $\pi$  que conté la recta  $r$ .
  - b) Calculeu l'angle que formen.
  - c) Trobeu els punts de la recta  $r$  que es troben a distància  $8\sqrt{5}$  del pla  $\pi$ .
3. Donades les matrius
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{i} \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix},$$
trobeu la matriu  $X$  tal que  $A \cdot X + B = C$ .

**Nota:** Els alumnes pendents de tot el curs, cal que facin els tres primers exercicis d'anàlisi i els tres d'àlgebra i geometria. Els que tenen només la primera part cal que facin els quatre exercicis d'anàlisi.