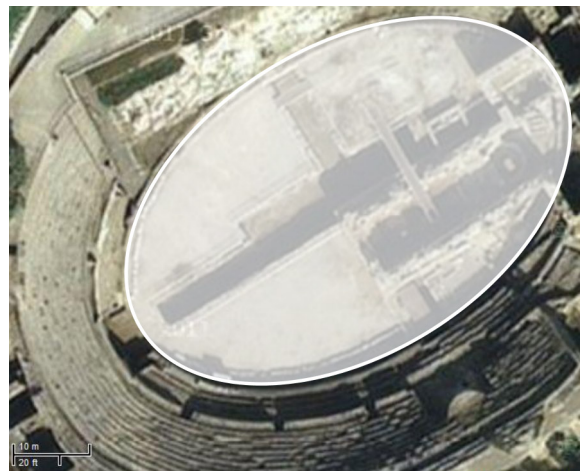


1. Sigui l'el·lipse d'equació $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

- Demostreu amb l'ajut del càlcul integral que la seva àrea és igual a πab .
- Calculeu l'àrea de l'arena de l'amfiteatre de Tarragona, del qual us adjuntem una fotografia.
- Trobeu, per al cas general, l'equació de la recta tangent en el punt d'ordenada positiva i abscissa en el focus $(c, 0)$.



2. Siguin les funcions $f(x) = \arctan x$ i $g(x) = \frac{x}{1+x^2}$.

Les derivades de g són, $g'(x) = \frac{1-x^2}{(1+x^2)^2}$ i $g''(x) = \frac{2x(x^2-3)}{(1+x^2)^3}$.

- Enuncieu el teorema del valor mitjà per al càlcul diferencial. Tot seguit, apliqueu-lo sobre la funció $f(x)$ en l'interval $[0, x]$, per demostrar que

$$\arctan x \geq \frac{x}{1+x^2}, \quad \forall x > 0.$$

- Per a $x \geq 0$, estudeu les asímptotes, la monotonia, la concavitat, extrems i punts d'inflexió de $g(x)$ mitjançant la representació gràfica amb rectes i/o paràboles dels diferents factors implicats en les seves derivades.
- Calculeu l'àrea de la regió determinada pels gràfics de $f(x)$ i $g(x)$, entre $x = 0$ i $x = 1$. Feu un gràfic on quedi representada aquesta àrea junt amb els gràfics de $f(x)$ i $g(x)$ per a $x \geq 0$.

3. Considereu les paràboles determinades per $f(x) = 4 - \frac{x^2}{6}$ i $g(x) = 4 - \frac{x^2}{3}$.

- Trobeu el rectangle d'àrea màxima inscrit, amb un costat sobre l'eix de les abscisses i dos vèrtexs sobre els punts d'ordenada positiva de $f(x)$.
- Trobeu el rectangle de perímetre màxim inscrit, amb un costat sobre l'eix de les abscisses i dos vèrtexs sobre els punts d'ordenada positiva de $f(x)$.
- Trobeu el rectangle de perímetre màxim inscrit, amb un costat sobre l'eix de les abscisses i dos vèrtexs sobre els punts d'ordenada positiva de $g(x)$.