

1. Considereu les funcions $\begin{cases} f(x) = \frac{4x^2}{3} \\ g(x) = \frac{x}{x+1} \end{cases}$.

- Trobeu els punts d'intersecció dels seus gràfics.
- Trobeu les equacions de les rectes tangents a cadascuna de les dues funcions en el punt d'abscissa $x = \frac{1}{2}$. Calculeu el valor de l'angle que formen.
- Calculeu el valor de $\lim_{x \rightarrow -\infty} \arctan(g(x))$.
- Estudieu la monotonia de la funció $(f \circ g)(x) = \frac{4}{3} \cdot \left(\frac{x}{x+1}\right)^2$.
- Calculeu raonadament el valor de l'abscissa del punt del gràfic de $f(x)$ que es troba a distància mínima del punt $A\left(-\frac{41}{9}, 0\right)$.
- Calculeu l'àrea del recinte tancat determinat pels gràfics de les dues funcions.

2. Considereu $\begin{cases} \text{la família de rectes } \begin{cases} ax - y + z = 2 \\ x + ay + z = 5 \end{cases} \\ \text{el pla } \pi : 3x - y + 4z - 17 = 0 \end{cases}$

Per a quins valors de a s'obtenen, respectivament, una recta paral·lela al pla π i una recta continguda en el pla π ?

3. Considereu les matrius $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -10 & -2 \\ 10 & 5 \end{pmatrix}$ i $C = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Trobeu la matriu X tal que $A \cdot X - B = C^2$.

4. Trobeu les equacions implícites dels plans que es troben a distància $\sqrt{14}$ del punt $A(2, -2, 3)$ i són paral·lels a les rectes

$$r : \begin{cases} x = 1 + \alpha \\ y = 2 + \alpha \\ z = 3 - \alpha \end{cases} \quad s : \begin{cases} x = \beta \\ y = 1 - \beta \\ z = 2\beta \end{cases}$$