

1. Calculeu el valor del determinant de la matriu ampliada del sistema adjunt i el valor de $\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -3 \end{vmatrix}$. Sense fer cap més operació, raoneu quin és el nombre de solucions del sistema:

$$\begin{cases} 3x + y = 2 \\ 2x - 3y = 1 \\ 2x + 19y = 5. \end{cases}$$

2. Sigui el sistema

$$\begin{cases} 2x + y - az = 0 \\ 3x + ay + z = a - 1 \\ 5x + 4y + 7z = 3. \end{cases}$$

Feu-ne la discussió per als diferents valors de $a \in \mathbb{R}$, i resoleu tots els casos compatibles.

3. Sigui la matriu

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

- a) Calculeu-ne el determinant.
b) Calculeu el seu rang i, si les seves files són linealment dependents, expresseu alguna fila com a combinació lineal de les altres.

4. Una ciutat necessita un subministrament mínim de 40 milions de litres d'aigua diaris. Aquest subministrament es du a terme mitjançant dues aportacions: una des d'un dipòsit local i l'altra des d'una canalització que ve del riu. El dipòsit local no pot proporcionar més de 30 milions de litres al dia. El contracte de la canalització des del riu obliga a adquirir un volum que sigui igual o superior al proporcionat pel dipòsit i inferior o igual al doble del que proporciona el dipòsit. L'aigua del dipòsit té un cost de 500 euros cada milió de litres i la de la canalització de 300 euros cada milió de litres. Es tracta de trobar quines són les aportacions del dipòsit i del riu que minimitzen els cost del subministrament diari seguint les etapes següents:

- a) Trobeu les inequacions o restriccions que han de satisfer les variables del problema.
b) Representeu gràficament la regió factible del problema.
c) Descriviu la funció objectiu i trobeu els valors que la minimitzen.