

Responeu a CINC de les sis qüestions següents. Expliqueu el que voleu fer i per què.  
Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no es poden fer servir calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

1. En una empresa artesana que pot produir fins a 25 cadires setmanals, la funció de costos  $C(q)$  en relació amb el nombre  $q$  de cadires produïdes és  $C(q) = \frac{q^3}{100} + 4q + 20$ .

Si  $q$  és el nombre de cadires produïdes, el cost mitjà de cada cadira s'expressa mitjançant la funció  $Q(q) = \frac{C(q)}{q}$ .

- Calculeu el cost mitjà de cada cadira, si l'empresa produeix 5 cadires. I si en produeix 20? [1 punt]
- Determineu quantes cadires cal produir perquè el cost mitjà sigui mínim, justifiqueu que es tracta efectivament d'un mínim i calculeu aquest cost mitjà. [1 punt]

2. Considereu la funció següent  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x + b & , \text{ si } x < 0 \\ e^{-x} + 1 & , \text{ si } x \geq 0. \end{cases}$

- Determineu el valor de  $b$  perquè la funció  $f$  sigui contínua en el punt  $x = 0$ . Justifiqueu si  $f$  pot ser discontinua en algun altre punt. [1 punt]
- Justifiqueu si, per a valors positius de  $x$ , la funció  $f$  és creixent o decreixent. [1 punt]

3. Sigui  $f(x) = -x^3 + 3x + 2$ .

- Trobeu l'equació de la recta tangent en el punt d'abscissa  $x = -1$ . [1 punt]
- Trobeu raonadament el valor del màxim absolut de  $f$  en l'interval  $[-3, 2]$ . [1 punt]

4. Estudieu la monotonia i els extrems relatius de la funció  $f(x) = \frac{x-4}{(3-2x)^2}$ . [2 punts]

5. Donada la funció  $f(x) = x^5 + 5x^3 + 2x$ , estudieu el signe de  $f(x)$  i la monotonia de  $f(x)$ . [2 punts]

6. La facturació  $F(x)$  (o milers d'euros en factures emeses) per una empresa, diàriament al llarg d'un període prolongat d'anys ha pogut ser aproximada per la funció

$$F(x) = \frac{9x + 10 \ln\left(\frac{x}{3}\right)}{4x + 3},$$

en què  $x$  és el nombre de dies transcorregut des que es va començar a fer l'estudi.

Trobeu al voltant de quin nombre s'estabilitza  $F(x)$  en un període llarg d'anys. [2 punts]