

Responen a CINC de les sis qüestions següents. Expliqueu sempre què és el que voleu fer i per què.  
Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no es poden fer servir calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

1. Considereu la funció  $f(x) = \begin{cases} \frac{5}{x-1} & , x < 2 \\ 9 - x^2 & , x \geq 2 \end{cases}$

- a) Estudieu-ne la continuïtat en  $x = 1$  i  $x = 2$ . [1 punt]  
b) Representeu-la gràficament sense recórrer al càlcul de derivades. [1 punt]

2. Considereu la funció  $f(x) = x^2 + 2x$ .

- a) Utilitzeu la definició de derivada per calcular  $f'(-1)$ . [1 punt]  
b) Trobeu l'equació de la recta tangent al gràfic de  $f$  en el punt  $x = -1$  i representeu gràficament la funció i la recta. [1 punt]

3. Considereu la funció  $f(x) = x^3 + ax^2 - 8x - 8$ . Sabem que aquesta funció té un extrem local en  $x = 2$ . Trobeu el valor de  $a \in \mathbb{R}$  i estudieu si aquest extrem local és un màxim o un mínim. [2 punts]

4. Calculeu, [0.7 punts]+[0.7 punts]+[0.6 punts]

a)  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 5x^2 + 8x + 4}{x^2 + 4x + 4}$       b)  $\lim_{x \rightarrow 1} (2 - x)^{\frac{1}{x-1}}$       c)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{x}\right)^{1-x}$

5. S'ha observat que una població d'insectes s'està extingint. S'ha pogut trobar un patró que explica com evoluciona el nombre d'insectes  $I(t)$  en funció del temps  $t$ , en setmanes, transcorregut des del primer recompte. La funció trobada és

$$I(t) = 12000 e^{-0.2 t}.$$

- a) Quants insectes hi havia en el primer recompte, (en què  $t = 0$ )? [0.4 punts]  
b) Si actualment el nombre d'insectes ha disminuït un 40%, quantes setmanes han passat des del primer recompte? [0.8 punts]  
c) Quantes setmanes hauran passat aproximadament, quan quedi un sol individu en la població? [0.8 punts]

6. Considereu la funció  $f(x) = \frac{4 + 3x}{1 + x^2}$

- a) Comproveu amb les regles de derivació que  $f'(x) = \frac{-3x^2 - 8x + 3}{(1 + x^2)^2}$ . [1 punt]  
b) Estudieu la monotonia de  $f$  i els seus extrems locals. [1 punt]