

1. Opereu i expresseu el resultat com un nombre enter:

a)  $9 + (-6) - (-12) + 8 = 9 - 6 + 12 + 8 = 29 - 6 = \boxed{23}$ .

b)  $2 \cdot (5 + 2) - (6 - 3) - 1 = 2 \cdot 7 - 3 - 1 = 14 - 4 = \boxed{10}$ .

c)  $24 \cdot 15 : [(-5) \cdot (-3)] = \frac{24 \cdot 15}{5 \cdot 3} = 8 \cdot 3 = \boxed{24}$ .

2. Expresseu els resultats de les operacions següents mitjançant factors de potències de nombres primers.

a)  $8^3 \cdot 16^3 = (2^3)^3 \cdot (2^4)^3 = 2^9 \cdot 2^{12} = \boxed{2^{21}}$ .

b)  $[25^3 \cdot (-25)^4]^2 = [(5^2)^3 \cdot (-5^2)^4]^2 = (5^6 \cdot 5^8)^2 = (5^{14})^2 = \boxed{5^{28}}$ .

c)  $\frac{9^{2008} - 9^{2007}}{9^{2007}} = \frac{9^{2007}(9 - 1)}{9^{2007}} = 9 - 1 = \boxed{8}$ .

3. És temps de rebaixes i la Maria ha anat a comprar. S'ha fixat en uns pantalons que estan rebaixats un 36%. Finalment ha decidit comprar-los i li han cobrat 30.72 euros. Quin era el seu preu abans de la rebaixa?

Fem una simulació dels preus sense rebaixa i amb rebaixa, en què  $x$  representa el preu inicial dels pantalons.

Preus inicials	100	200	300	...	$x$
Preus amb rebaixa	64	128	192	...	30.72

Tenim dues col·leccions directament proporcionals i, per tant,

$$\frac{100}{64} = \frac{x}{30.72} \implies x = \frac{30.72 \cdot 100}{64} = \frac{3072}{64} = \boxed{48 \text{ euros}}.$$

**Nota d'ampliació:** Com havíem fet a la prova anterior estudiem un raonament de tipus algèbric. Representem amb una "lletra" (*incògnita*) el nombre que volem trobar.

$$\begin{aligned} x = \text{Preu inicial} &\implies \boxed{x - \frac{36}{100} \cdot x = 30.72} \implies \left(1 - \frac{36}{100}\right) x = 30.72 \\ &\implies \frac{64}{100} \cdot x = 30.72 \implies 0.64x = 30.72 \implies x = \frac{30.72}{0.64} = \boxed{48 \text{ euros}}. \end{aligned}$$

4. Opereu i simplifiqueu sense utilitzar els nombres decimals:

$$\text{a) } \frac{43}{75} + \frac{11}{30} = \frac{86 + 55}{150} = \frac{141}{150} = \boxed{\frac{47}{50}}.$$

$$\text{b) } 2 - \left( \frac{5}{12} + \frac{7}{18} \right) = 2 - \frac{5}{12} - \frac{7}{18} = \frac{72 - 15 - 14}{36} = \boxed{\frac{43}{36}}.$$

$$\text{c) } \frac{\frac{7}{4} - \frac{2}{3}}{4 \cdot \frac{5}{6}} = \frac{\frac{21 - 8}{12}}{\frac{20}{6}} = \frac{13 \cdot 6}{12 \cdot 20} = \frac{13}{2 \cdot 20} = \boxed{\frac{13}{40}}.$$

5. En unes eleccions a l'Ajuntament d'una ciutat han votat el 64% del total d'electors. El 42% dels electors que han votat ho han fet pel partit **A** i el 32% dels que han votat ho han fet pel partit **B**. Si el nombre total de possibles electors és 250000, quants n'hi ha que no han votat ni el partit **A** ni el partit **B**?

**Interpretació 1:** Càlcul dels que no han votat ni **A** ni **B** entre els que han anat a votar.

$$\begin{aligned} \frac{100 - (32 + 42)}{100} \text{ del } \frac{64}{100} \text{ del total} &= \frac{26}{100} \cdot \frac{64}{100} \text{ del total} = \frac{16.64}{100} \cdot 250000 \\ &= \boxed{41600 \text{ electors}}. \end{aligned}$$

**Interpretació 2:** Càlcul dels que no han votat ni **A** ni **B** entre tots els possibles electors (tant si han anat a votar com si no hi han anat).

$$\begin{aligned} 41600 + \frac{36}{100} \text{ del total} &= 41600 + \frac{36}{100} \cdot 250000 \\ &= 41600 + 90000 = \boxed{131600 \text{ electors}}. \end{aligned}$$

6. Definiu acuradament quina cosa són:

- Les mitjanes d'un triangle: Una mitjana és cadascuna de les rectes que passa per un vèrtex i el punt mitjà del costat oposat.
- L'amplitud d'un arc de circumferència: És la mesura de l'angle central determinat per l'arc.

7. Expliqueu quines són les àrees de:

- Un rombe: La meitat del producte de les seves diagonals. (Es pot obtenir aquesta fórmula partint el rombe en dos triangles iguals.)
- Un polígon regular: La meitat del producte del seu perímetre per la seva apotema. (L'apotema és el segment d'extrem el centre del polígon i el punt mitjà del costat.)

8. Resoleu **raonadament** les petites qüestions geomètriques següents:

a) Quants triangles diferents hi ha que tinguin els seus costats de 3, 5 i 8 centímetres?

No n'hi ha cap, perquè  $8 = 5 + 3$  i hauria de ser  $8 < 5 + 3$ .

b) Un triangle isòsceles té un angle de  $70^\circ$ . Quins són els possibles valors dels altres dos angles?

– **Primera possibilitat:** Si  $70^\circ$  és l'angle desigual, en ser la suma d'angles d'un triangle igual a  $180^\circ$ , cadascun dels altres dos val  $\frac{180^\circ - 70^\circ}{2} = \boxed{55^\circ}$ .

– **Segona possibilitat:** Si  $70^\circ$  és un dels angles iguals, els altres dos valen  $\boxed{70^\circ}$  i  $180^\circ - 2 \cdot 70^\circ = \boxed{40^\circ}$ .

c) Quants triangles diferents hi ha que tinguin dos costats de 4 i 8 centímetres i l'angle que determinen de  $38^\circ$ ?

Només n'hi ha un, perquè el criteri C–A–C així ho afirma.

d) Dos cercles concèntrics tenen diàmetres de 8 i 10 cm. Quina és l'àrea de la corona circular que determinen?

$$\text{Àrea} = \pi \cdot 5^2 - \pi \cdot 4^2 = (25 - 16)\pi = \boxed{9\pi \text{ cm}^2 \approx 28.27 \text{ cm}^2}.$$

e) Un angle d'un paral·lelogram val  $48^\circ$ . Quin valor tenen els altres tres angles?

Un paral·lelogram té dues parelles d'angles iguals i la suma de tots és  $360^\circ$ .

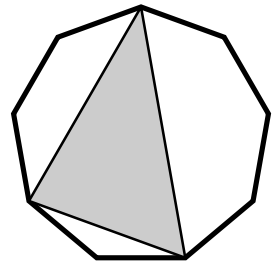
Per tant, un dels angles valdrà  $\boxed{48^\circ}$  i els altres dos  $\frac{360^\circ - 2 \cdot 48^\circ}{2} = \boxed{132^\circ}$ .

9. Observeu l'enneàgon regular de la figura adjunta. Hi trobeu un triangle inscrit de color més fosc.

a) Calculeu raonadament els valors dels angles del triangle.

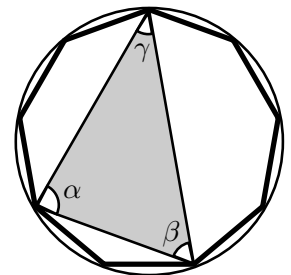
b) El valor de cadascun dels angles interiors de l'enneàgon.

**Indicació:** A l'apartat (a) us pot servir considerar la circumferència circumscrita al polígon.



a) Observem que l'amplitud de cada arc de circumferència determinat pels costats és igual a  $\frac{360^\circ}{9} = 40^\circ$ . Llavors, per la propietat dels angles inscrits, tenim

$$\alpha = \frac{4 \cdot 40^\circ}{2} = 80^\circ, \quad \beta = \frac{3 \cdot 40^\circ}{2} = 60^\circ, \quad \gamma = \frac{2 \cdot 40^\circ}{2} = 40^\circ$$



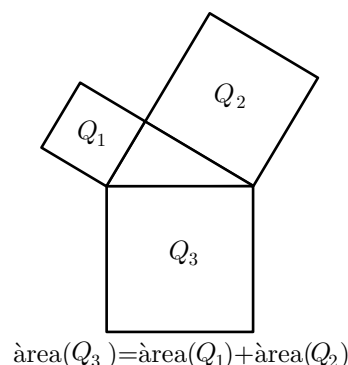
b) En ser la suma d'angles interiors igual a  $(9 - 2) \cdot 180^\circ = 1260^\circ$ , cadascun dels angles interiors val  $\frac{1260^\circ}{9} = \boxed{140^\circ}$ .

## Problemes pels que no han de recuperar

**10.** Enuncieu el teorema de Pitàgoras de dues maneres. Primerament utilitzeu el llenguatge de les àrees i en segon lloc el llenguatge de l'àlgebra. Il·lustreu les definicions amb un gràfic (podeu utilitzar els valors 3, 4 i 5 per a les longituds implicades).

– Llenguatge d'àrees: Que un triangle sigui rectangle equival a dir que el quadrat construït sobre la hipotenusa té la seva àrea igual a la suma de les àrees dels quadrats construïts sobre els seus catets.

– Llenguatge algebriac: Que un triangle sigui rectangle equival a dir que, si anomenem  $a$  i  $b$  les longituds dels catets i  $c$  la longitud de la hipotenusa, llavors es compleix  $a^2 + b^2 = c^2$ .

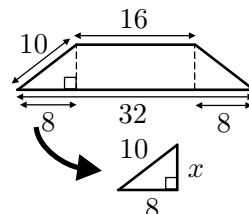


**Nota:** Podeu consultar la intervenció de la Gemma Pallarès al fòrum “Consultes i debats – Teorema de Pitàgoras” al curs del Moodle, Matemàtiques 2n d'ESO CD(a).

**11.** Resoleu raonadament les dues qüestions següents

a) Quina és l'àrea d'un trapezi isòsceles de perímetre 68 cm, base major 32 cm i base menor 16 cm.

– **Resolució:** Si s'observa la figura cadascun dels costats no paral·lels mesura  $\frac{68 - (32 + 16)}{2} = 10$ . Llavors, per calcular l'altura, només cal considerar el triangle rectangle remarcat i aplicar-li el teorema de Pitàgoras.



$$10^2 = 8^2 + x^2 \implies x^2 = 100 - 64 = 36 \implies x = \sqrt{36} = 6.$$

Ara, ja podem calcular l'àrea:

$$\frac{(32 + 16) \cdot 6}{2} = 48 \cdot 3 = \boxed{144 \text{ cm}^2}.$$

b) Un vidrier ens ensenya un mirall i diu que és rectangular. Nosaltres no ho acabem de veure clar i en mesurem els costats i la diagonal. Obtenim les mesures 90 cm, 120 cm i 152 cm. Raoneu si el mirall és o no és rectangular.

– **Resolució:** Si el mirall fos rectangular, la diagonal seria la hipotenusa d'un triangle rectangle de catets els costats del rectangle. Llavors s'hauria de complir

$$90^2 + 120^2 = 152^2, \text{ és a dir, } 8100 + 14400 = 22500 = 23104.$$

Com que això és fals, el mirall no és rectangular.