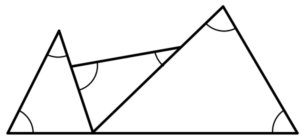
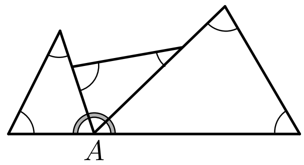
IES Pons d'Icart – 13/II/2008
MATEMÀTIQUES – 2N ESO CD(A) **Nom** ____________________
Fraccions i geometria II $10 + 10 + 10 + 10 + 30 + (5 + 15) + 10 + 10 + 10 + 10 + 20$
Qualificació màxima: 125

---

1. Trobeu raonadament la suma d'angles remarcats a la figura adjunta.

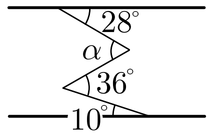


La suma dels angles dels tres triangles és igual a $3 \cdot 180° = 540°$. La suma d'angles que es demana resulta de restar de 540°, els tres angles amb vèrtex en el punt A. És a dir,

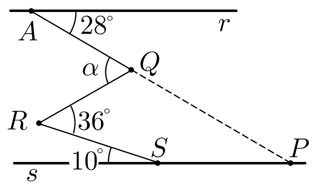


$$540° - 180° = \boxed{360°}.$$

2. Trobeu raonadament el valor de l'angle α a la figura adjunta.

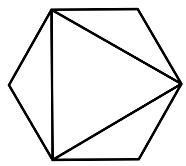


Treballem amb el supòsit que les rectes r i s són paral·leles. Prolonguem AQ fins tallar la recta s. Si observem el quadrilàter $PQRS$, en què la suma d'angles és 360°, tenim

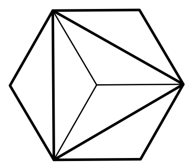


- $\widehat{QPS} = 28°$, per ser alterns interns entre r, s i AP.
- $\widehat{PSR} = 180° - 10° = 170°$.
- $\widehat{RQP} = 360° - (36° + 170° + 28°) = 126°$.
- $\alpha = 180° - 126° = \boxed{54°}$.

3. Trobeu raonadament la relació numèrica entre les àrees de l'hexàgon regular i el triangle de la figura adjunta.

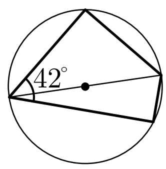


Els sis triangles isòsceles de la figura adjunta són congruents pel criteri **C-A-C**. Per tant, la relació d'àrees és de 6 a 3 i tenim



$$\text{Àrea(hexàgon)} = 2 \cdot \text{Àrea(triangle equilàter)}$$

4. Trobeu raonadament els angles del quadrilàter de la figura adjunta, en què la diagonal dibuixada és un diàmetre de la circumferència.



Els dos angles oposats a la diagonal-diàmetre mesuren $\boxed{90°}$, perquè són angles inscrits en una circumferència que subtendeixen un angle de 180°. Llavors, en trobar-nos davant d'un quadrilàter, l'angle oposat al de 42° mesura

$$360° - (42° + 90° + 90°) = \boxed{138°}.$$

5. Opereu i simplifiqueu sense utilitzar els nombres decimals:

a) $\dfrac{5}{18}+\dfrac{7}{30}=\dfrac{25+21}{90}=\dfrac{46}{90}=\boxed{\dfrac{23}{45}}.$

b) $1-\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{4}-\dfrac{1}{6}=\dfrac{12-6+3-2}{12}=\boxed{\dfrac{7}{12}}.$

c) $5-3\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}\right)=5-3\cdot\dfrac{3+2}{6}=5-\dfrac{3\cdot 5}{6}=5-\dfrac{5}{2}=\dfrac{10-5}{2}=\boxed{\dfrac{5}{2}}.$

d) $\dfrac{1-\dfrac{1}{3}}{2\cdot\dfrac{5}{6}-1}=\dfrac{\dfrac{3-1}{3}}{\dfrac{5}{3}-1}=\dfrac{\dfrac{2}{3}}{\dfrac{5-3}{3}}=\dfrac{\dfrac{2}{3}}{\dfrac{2}{3}}=\boxed{1}.$

6. Definiu acuradament:

a) Les altures d'un triangle: Són cadascuna de les rectes que passen pels vèrtexs i tallen perpendicularment els respectius costats oposats.

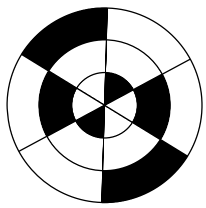
b) Triangles semblants (de tres maneres equivalents): Dos triangles són semblants si

Def. 1 Els angles d'un són iguals als de l'altre.

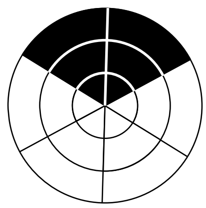
Def. 2 Tenen els seus costats proporcionals.

Def. 3 Tenen dos costats proporcionals i l'angle que determinen aquests costats igual.

7. El cercle de la figura adjunta té el radi de longitud 9 cm. Calculeu l'àrea total dels recintes de color negre, si sabeu que els angles centrals dels diferents sectors dibuixats mesuren 60°.

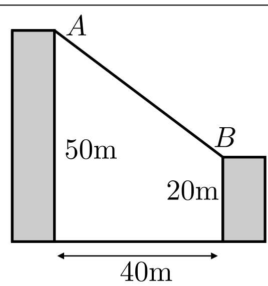


Tenim en compte que els sectors negres situats dins la mateixa corona circular són congruents. Llavors l'àrea demanada és la mateixa que la de la figura adjunta. Per tant,

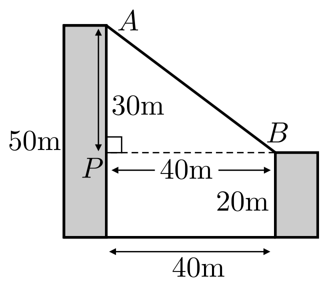


$$\text{Àrea}=\frac{1}{3}\cdot\text{Àrea(cercle)}=\frac{\pi\cdot 9^2}{3}=\boxed{27\pi\approx 84.82\text{ cm}}.$$

8. Volem tirar un cable ben tibant entre dos edificis amb les dades de la figura adjunta. Quina longitud mínima ha de tenir el cable?



Si tracem la línia auxiliar BP paral·lela a la línia base, s'obté un triangle APB rectangle en P al qual podem aplicar el teorema de Pitàgoras. Així, la longitud mínima del cable per tal que es puguin connectar els dos edificis és

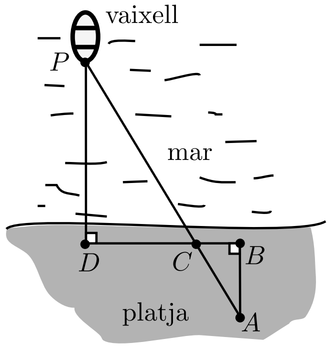


$$AB=\sqrt{PB^2+BA^2}=\sqrt{40^2+30^2}=\sqrt{2500}=\boxed{50\text{ m}}.$$

9. Quatre amics volen calcular la distància d'un vaixell a la platja. Se situen en els punts A, B, C i D, i prenen mesures. Obtenen,

$$BD = 99 \text{ m}, \; BC = 27 \text{ m}, \; AB = 63 \text{ m}.$$

Trobeu raonadament la distància DP que volen calcular.



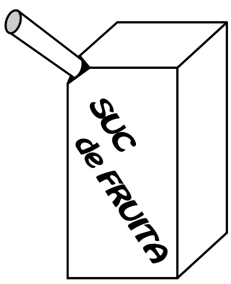
Observem que,

- $\widehat{DCP} = \widehat{BCA}$, en ser oposats pel vèrtex C.
- $\widehat{PDC} = \widehat{ABC}$, en ser angles rectes.

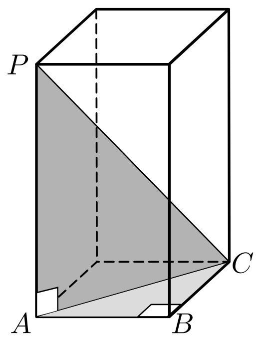
Per tant, els angles en els vèrtexs A i P coincidiran perquè són el que falta, en els dos triangle, per sumar 180°. Llavors els dos triangles són semblants i, conseqüentment, tindran els seus costats proporcionals. Així podem escriure,

$$\frac{PD}{AB} = \frac{DC}{CB} \Longrightarrow \frac{PD}{63} = \frac{99-27}{27} \Longrightarrow PD = \frac{63 \cdot 72}{27} = \frac{21 \cdot 8}{1} = \boxed{168 \text{ m}}.$$

10. En un envàs de suc de fruita amb forma d'ortoedre, (les cares són rectangulars), hem introduït una canyeta per xuclar-ne el contingut. Hem tingut la mala sort que ha caigut a l'interior i no la podem treure perquè no sobresurt gens a l'exterior. Trobeu la longitud màxima que pot tenir la canyeta perquè això passi. Les dimensions de l'envàs són 5.7 cm, 7.6 cm i 16.8 cm.

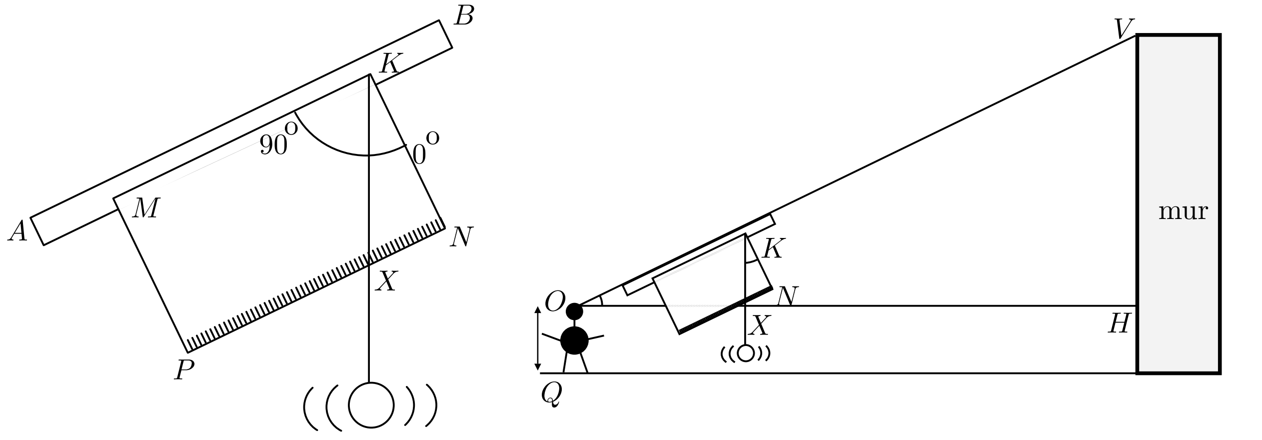


Observem que la màxima longitud de la canyeta coincidirà amb la màxima longitud en línia recta continguda dins l'envàs, és a dir la diagonal PC. Si apliquem el teorema de Pitàgoras als triangles rectangles ABC i PAC podrem calcular PC.



$$\begin{aligned} PC = \sqrt{PA^2 + AC^2} &= \sqrt{PA^2 + (AB^2 + AC^2)} = \sqrt{5.7^2 + 7.6^2 + 16.8^2} \\ &= \sqrt{372.49} = \boxed{19.3 \text{ cm}}. \end{aligned}$$

11. Explica, utilitzant les lletres del gràfic, quines longituds mesuraries per trobar l'alçada total del mur i justifica de quina manera faries el càlcul d'aquesta alçada.



Observem que,

- $\widehat{NKX} = \widehat{HOV}$ perquè són angles aguts de costats perpendiculars.
- $\widehat{N} = \widehat{H} = 90°$.
- $\widehat{X} = \widehat{V}$, perquè en els dos triangles falta el mateix angle per sumar 180°.

Per tant, els triangles KXN i OVH són semblants i tindran els costats proporcionals. Llavors cal mesurar KN, XN i OX que coincideix amb la distància de l'observador a la paret. Establint la proporcionalitat i sumant l'altura OQ de l'observador podrem trobar l'alçada del mur. Efectivament,

$$\frac{KN}{OH} = \frac{NX}{VH} \Longrightarrow VH = \frac{OH \cdot NX}{KN} \Longrightarrow \boxed{\text{alçada} = VH + OQ = \frac{OH \cdot NX}{KN} + OQ}.$$