

1. Opereu i expresseu el resultat com un nombre enter:

a) $7 - (-5) - 10 + 15 = 7 + 5 - 10 + 15 = 7 + 5 + 15 - 10 = 27 - 10 = \boxed{17}$.

b) $8 - (6 - 4) + (2 - 3) = 8 - 2 + (-1) = 8 - 2 - 1 = 8 - 3 = \boxed{5}$.

c) $9 \cdot (-8) : [(-4) \cdot (-3)] = \frac{-9 \cdot 8}{4 \cdot 3} = -3 \cdot 2 = \boxed{-6}$.

2. Expresseu els resultats de les operacions següents mitjançant factors de potències de nombres primers.

a) $4^4 \cdot 8^4 = (2^2)^4 \cdot (2^3)^4 = 2^8 \cdot 2^{12} = \boxed{2^{20}}$.

b) $[9^3 \cdot (-9)^4]^7 = [(3^2)^3 \cdot (-3^2)^4]^7 = (3^6 \cdot 3^8)^7 = (3^{14})^7 = \boxed{3^{98}}$.

c) $\frac{7^{46} - 7^{45}}{6 \cdot 7^{44}} = \frac{7^{45}(7 - 1)}{6 \cdot 7^{44}} = \frac{7^{45}}{7^{44}} = \boxed{7}$.

3. Davant la forta demanda d'objectes de regal de Nadal, una tenda ha pujat tots els preus un 12%. Hem anat a comprar i, tot i que ho hem trobat bastant car, hem gastat 62.16 euros. Quant ens haguessin costat els regals abans de la pujada de preus?

Fem una simulació del comportament dels preus abans de la pujada i després.

Preus abans de la pujada	100	200	300	...	$\boxed{?}$
Preus després de la pujada	112	224	336	...	62.16

Observem que formen dues col·leccions directament proporcionals. És a dir,

$$\frac{100}{112} = \frac{200}{224} = \frac{300}{336} = \dots = \frac{\boxed{?}}{62.16} \implies \boxed{?} = \frac{62.16 \cdot 100}{112} = \boxed{55.50 \text{ euros}}.$$

Nota d'ampliació: Quan estudiem l'àlgebra s'admetrà un raonament del tipus següent que convé que comenceu a estudiar. Representem amb una "lletra" (anomenada *incògnita*) el nombre que volem trobar. En el nostre cas,

$$x = \text{Preu abans de la pujada} \implies \boxed{x + \frac{12}{100} \cdot x = 62.16}$$

$$\implies \frac{112}{100} \cdot x = 62.16 \implies x = \frac{62.16 \cdot 100}{112} = \boxed{55.50 \text{ euros}}.$$

4. Opereu i simplifiqueu sense utilitzar els nombres decimals:

$$a) \frac{3}{72} + \frac{9}{40} \stackrel{(*)}{=} \frac{15 + 81}{360} = \frac{96}{360} = \frac{24}{90} = \boxed{\frac{4}{15}}.$$

$$(*) \left. \begin{array}{l} 72 = 2^3 \cdot 3^2 \\ 40 = 2^3 \cdot 5 \end{array} \right\} \implies \text{mcm}(72, 40) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 = 360.$$

$$b) \frac{9}{10} - \left(\frac{7}{15} + \frac{1}{3} \right) = \frac{27 - 14 - 10}{30} = \frac{3}{30} = \boxed{\frac{1}{10}}.$$

$$c) \frac{\frac{5}{3} - \frac{4}{6}}{\frac{5}{3} \cdot 6} = \frac{\frac{10 - 4}{6}}{10} = \frac{6}{10} = \boxed{\frac{1}{10}}.$$

5. Una setena part dels assistents a un concert té menys de 20 anys. De la resta d'assistents hi ha un 10% que tenen més de 50 anys. Si sabem que hi ha 1215 assistents que tenen l'edat compresa entre 20 i 50 anys, quants assistents hi ha en total al concert? Quants tenen menys de 20 anys? Quants tenen més de 50 anys?

<div style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 5px; display: inline-block;">menors de 20 anys</div>	<div style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 5px; display: inline-block;">entre 20 i 50 anys</div>	<div style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 5px; display: inline-block;">majors de 50 anys</div>
$\frac{1}{7}$	1215 $\frac{90}{100} \cdot \frac{6}{7}$	$\frac{10}{100} \cdot \frac{6}{7}$

Observem l'esquema de proporcions adjunt i que $\frac{90}{100} \cdot \frac{6}{7} = \frac{54}{70} = \frac{27}{35}$. Això indica que de cada 35 assistents n'hi ha 27 que tenen entre 20 i 50 anys. Per tant,

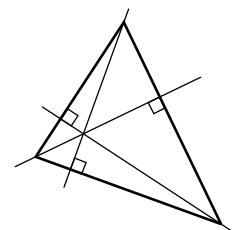
$$\frac{\text{Total d'assistents}}{1215} = \frac{35}{27} \implies \boxed{\text{Total d'assistents} = \frac{1215 \cdot 35}{27} = 1575}.$$

$$\text{Finalment, } \begin{cases} \frac{1575}{7} = \boxed{225 \text{ tenen menys de 20 anys}} \\ \frac{1215}{9} = \boxed{135 \text{ tenen més de 50 anys}}. \end{cases}$$

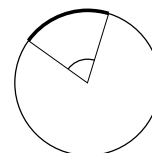
6. Definiu acuradament quina cosa són:

a) Les altures d'un triangle:

Són les rectes que passen per cadascun dels vèrtexs i són perpendiculars als costats oposats.

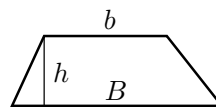


- b) L'amplitud d'un arc de circumferència:
És la mesura de l'angle central determinat per l'arc.

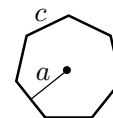


7. Explica quines són les àrees de:

- a) Un trapezi: Àrea = $\frac{(B + b) \cdot h}{2}$



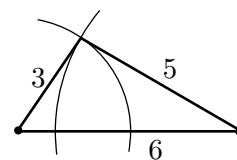
- b) Un polígon regular: Àrea = $\frac{6c \cdot a}{2} = \frac{\text{perímetre} \cdot \text{apotema}}{2}$



8. Resoleu **raonadament** les petites qüestions geomètriques següents:

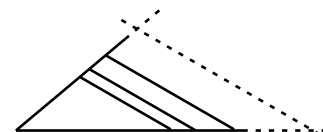
- a) Quants triangles diferents hi ha que tinguin els seus costats de 3, 5 i 6 centímetres?

Hi ha com a màxim un sol triangle. El criteri d'igualtat **C-C-C** estableix que sigui així. A més, el fet que cada costat sigui menor que la suma dels altres dos determina que n'hi hagi un.



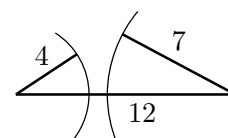
- b) Quants triangles diferents hi ha que tinguin els seus angles de 30° , 40° i 110° ?

N'hi ha una infinitat. Només cal allargar dos costats, conservant els angles. És a dir, traslladant la recta que conté el tercer costat paral·lelament.



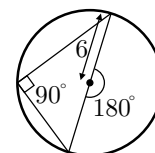
- c) Quants triangles diferents hi ha que tinguin els costats de 4, 12 i 7 centímetres?

Igual que en el primer apartat, com a màxim n'hi ha un. En aquest cas no n'hi ha cap perquè $12 > 4 + 7$.



- d) Un triangle rectangle té la hipotenusa igual a 12 cm. Quant val l'àrea del cercle circumscrit?

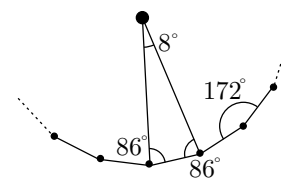
La hipotenusa és el diàmetre del cercle circumscrit, perquè l'angle inscrit de 90° és la meitat de l'angle central de 180° . Per tant, l'àrea és $\pi \cdot 6^2 = \boxed{36\pi \approx 113.0973 \text{ cm}^2}$.



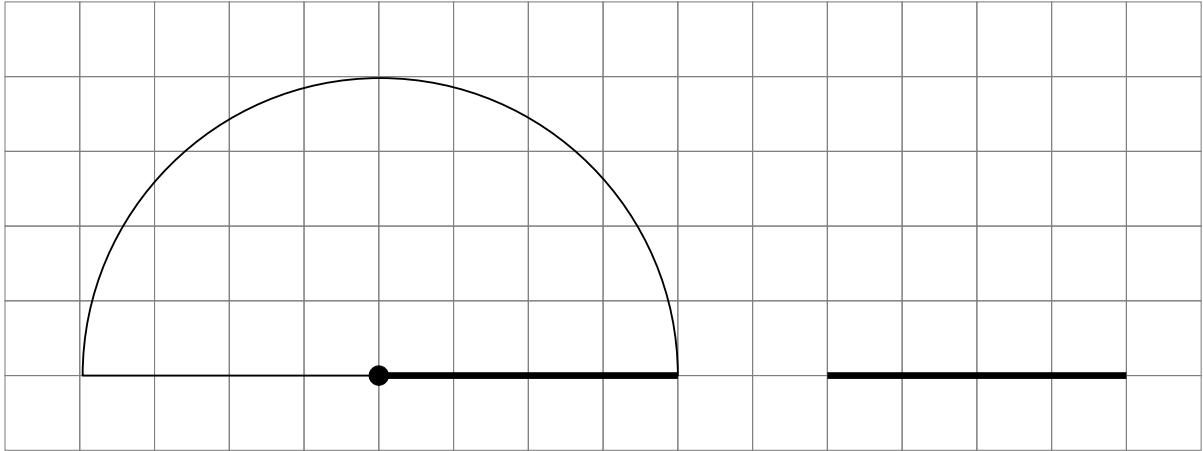
- e) Si cadascun dels angles interiors d'un polígon regular val 172° , quants costats té el polígon?

Si considerem el triangle isòsceles determinat per dos radis que tinguin per extrems dos vèrtexs consecutius, els dos angles de la base sumen 172° . Per tant, l'altre angle en el centre val $180^\circ - 172^\circ = 8^\circ$.

Llavors $\frac{360^\circ}{8^\circ} = \boxed{45 \text{ costats}}$.



9. Raoneu quants triangles isòsceles diferents es poden construir que tinguin l'àrea de 4 cm^2 i, com a mínim, un costat de 4 cm ? (Podeu ajudar-vos de la quadrícula adjunta per construir-los, on se suposa que cada quadret té 1 cm de costat.)



Existeixen dues possibilitats d'estudi:

- Que el costat de 4 cm sigui el costat desigual. D'aquí surt un sol triangle que ha de tenir altura 2 cm . (Part dreta de la figura)
- Que els costats iguals mesurin 4 cm . D'aquí surten dos triangles d'altura 2 cm , un d'acutangle i un d'obtusangle. (Part esquerra de la figura)

