IES Pons d'Icart
Matemàtiques – 3r ESO BC-II 5/V/2003
Funcions, inequacions i equació
de segon grau – Recuperació 1.25+1.25+2+2+(1.5+1.25+0.75)

1. Resoleu la inequació següent:

$$\frac{3x}{2} - \frac{1+x}{4} > x - \frac{x-1}{10}.$$

$$\frac{3x}{2} - \frac{1+x}{4} > x - \frac{x-1}{10} \overset{(\cdot 20)}{\iff} 30x - 5 - 5x > 20x - 2x + 2 \iff$$
$$\iff (30-5-20+2)x > 2+5 \iff 7x > 7 \iff \boxed{x > 1}$$

2. Resoleu l'equació $3x^2 - 11x - 4 = 0$.

Observem que si considerem $ax^2+bx+c=0$, en el nostre cas $a=3, b=-11, c=-4$. Llavors,

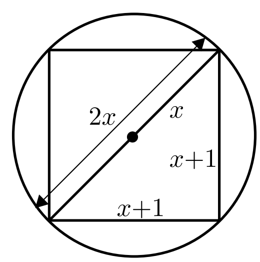
$$x = \frac{11 \pm \sqrt{121+48}}{6} = \frac{11 \pm 13}{6} = \begin{cases} \boxed{4} \\ \boxed{-\frac{1}{3}}. \end{cases}$$

3. El costat del quadrat inscrit en una circumferència és un metre més llarg que el radi de la circumferència. Trobeu el diàmetre de la circumferència.

Anomenem x el valor del radi de la circumferència. Pel teorema de Pitàgores tenim l'equació:

$$(2x)^2 = (x+1)^2 + (x+1)^2, \quad \text{és a dir,}$$

$$4x^2 = 2(x+1)^2$$
$$2x^2 = (x+1)^2$$
$$2x^2 = x^2 + 2x + 1$$
$$x^2 - 2x - 1 = 0$$



$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4+4}}{2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{2}}{2} = \begin{cases} 1+\sqrt{2} \\ \cancel{1-\sqrt{2}}. \end{cases}$$

Llavors, el diàmetre és: $2x = 2(1+\sqrt{2}) \approx \boxed{4.83 \text{ m}}$.

4. Quin nombre hem de restar a cadascun dels factors del producte $37 \cdot 23$, per tal que aquest producte disminueixi en 500 unitats?

$x =$ nombre que hem de restar.
De l'enunciat en resulten les equacions equivalents següents que cal resoldre.

$$(37-x)(23-x) = 37 \cdot 23 - 500$$
$$37 \cdot 23 - 37x - 23x + x^2 = 37 \cdot 23 - 500$$
$$x^2 - 60x + 500 = 0$$

$$\frac{60 \pm \sqrt{3600-2000}}{2} = \frac{60 \pm 40}{2} = \begin{cases} \boxed{50} \\ \boxed{10}. \end{cases}$$

Comprovació:

$$\begin{array}{l} 37 \cdot 23 - 500 = 851 - 500 = 351. \\ (37-50)(23-50) = (-13)(-27) = 351. \\ (37-10)(23-10) = 27 \cdot 13 = 351. \end{array}$$

5. Donades les funcions $\begin{cases} f(x) = x^2 - 3x \\ g(x) = -\dfrac{3}{2}\,x + 1\,, \end{cases}$

a) Cerqueu algebraicament els punts de tall dels seus gràfics amb els eixos de coordenades, i el vèrtex del gràfic de $f(x)$.

b) Cerqueu algebraicament la intersecció dels dos gràfics.

c) Representeu les dues funcions gràficament sobre els mateixos eixos de coordenades.

a) Els talls amb l'eix d'abscisses OX són del tipus $(x,0)$, i els talls amb l'eix d'ordenades OY són del tipus $(0,y)$. Per tant,

$\boxed{f(x):}$ Tall OX : $f(x)=0 \iff x^2-3x=0 \iff x(x-3)=0 \iff \begin{cases} x=0 \\ x=3 \end{cases}$

$\boxed{\text{Talla en els punts } \begin{cases} (0,0) \\ (3,0) \end{cases}}.$

Tall OY : $x=0 \iff f(0)=0^2-3\cdot 0=0.$ $\boxed{\text{Talla en el punt } (0,0)}$.

Vèrtex: $x_v = \dfrac{0+3}{2} = \dfrac{3}{2}\,,\ y_v = f\left(\dfrac{3}{2}\right) = \dfrac{9}{4} - \dfrac{9}{2} = -\dfrac{9}{4}.$ $\boxed{\left(\dfrac{3}{2}, -\dfrac{9}{4}\right)}$

$\boxed{g(x):}$ Tall OX : $g(x)=0 \iff -\dfrac{3}{2}x+1=0 \iff x=(-1)\,\dfrac{-2}{3} = \dfrac{2}{3}.$

$\boxed{\text{Talla en el punt } \left(\dfrac{2}{3}\,,0\right)}.$

Tall OY : $x=0 \iff g(0) = -\dfrac{3}{2}\cdot 0+1=1.$ $\boxed{\text{Talla en el punt } (0,1)}$.

b) Les coordenades del punt de tall dels dos gràfics són les mateixes. Per tant, en aquest punt, es compleix $f(x) = g(x)$. Llavors,

$$x^2 - 3x = -\frac{3}{2}\,x + 1 \overset{\text{(multipliquem per 2)}}{\iff}$$
$$\iff \quad 2x^2 - 6x = -3x + 2 \iff 2x^2 - 3x - 2 = 0$$
$$\iff \quad x = \frac{3 \pm \sqrt{9+16}}{4} = \frac{3 \pm 5}{4} = \begin{cases} 2 \\ -\dfrac{1}{2}. \end{cases}$$

Llavors, $\begin{cases} x = 2 \Longrightarrow y = 2^2 - 3\cdot 2 = -2 \\ x = -\dfrac{1}{2} \Longrightarrow y = -\left(\dfrac{1}{2}\right)^2 - 3\left(-\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{7}{4}. \end{cases}$

Els dos gràfics es tallen en els punts $\boxed{(2,-2) \quad \text{i} \quad \left(-\dfrac{1}{2}\,,\dfrac{7}{4}\right)}$.

c)