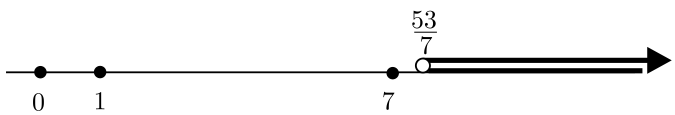
IES Pons d'Icart
MATEMÀTIQUES – 3R ESO BC-II — 27/II/2003
Funcions, inequacions i equació de segon grau — 1.5+(2+1+0.5)+(1+1+1)+2

1. Resoleu la inequació següent i representeu el resultat sobre la recta numèrica:

$$\frac{2x-5}{4} > 3 - \frac{x-2}{12}.$$

$$\frac{2x-5}{4} > 3 - \frac{x-2}{12} \overset{\text{(multipliquem per 12)}}{\Longleftrightarrow} 6x - 15 > 36 - x + 2 \Longleftrightarrow 7x > 53 \Longleftrightarrow \boxed{x > \frac{53}{7}}.$$



2. Donades les funcions $\begin{cases} f(x) = \dfrac{1}{2}\,x - 1 \\ g(x) = -2x + 5\,, \end{cases}$

a) Cerqueu algebraicament els punts de tall dels seus gràfics amb els eixos de coordenades.

b) Cerqueu algebraicament la intersecció dels dos gràfics.

c) Representeu les dues funcions gràficament.

a) Els talls amb l'eix d'abscisses OX són del tipus $(x, 0)$, i els talls amb l'eix d'ordenades OY són del tipus $(0, y)$. Per tant,

$\boxed{f(x):}$ Tall OX : $f(x) = 0 \Longleftrightarrow \dfrac{1}{2}\,x - 1 = 0 \Longleftrightarrow x = 2.$ $\boxed{\text{Talla en el punt } (2, 0)}$.

Tall OY : $x = 0 \Longleftrightarrow f(0) = \dfrac{1}{2} \cdot 0 - 1 = -1.$ $\boxed{\text{Talla en el punt } (0, -1)}$.

$\boxed{g(x):}$ Tall OX : $g(x) = 0 \Longleftrightarrow -2x + 5 = 0 \Longleftrightarrow x = \dfrac{5}{2}.$ $\boxed{\text{Talla en el punt } \left(\dfrac{5}{2}, 0\right)}$.

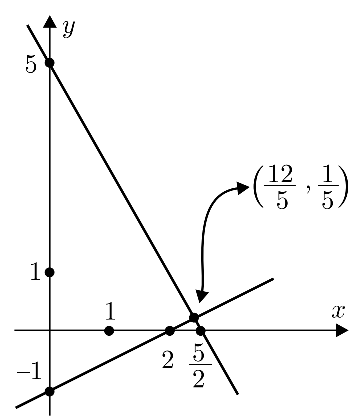
Tall OY : $x = 0 \Longleftrightarrow g(0) = -2 \cdot 0 + 5 = 5.$ $\boxed{\text{Talla en el punt } (0, 5)}$.

b) Les coordenades del punt de tall dels dos gràfics són les mateixes. Per tant, en aquest punt, es compleix $f(x) = g(x)$. Llavors,

$$\frac{1}{2}\,x - 1 = -2x + 5 \overset{\text{(multipliquem per 2)}}{\Longleftrightarrow}$$
$$\Longleftrightarrow \quad x - 2 = -4x + 10 \Longleftrightarrow 5x = 12 \Longleftrightarrow$$
$$\Longleftrightarrow \quad x = \frac{12}{5},\ y = -2 \cdot \frac{12}{5} + 5 = \frac{1}{5}.$$

Els dos gràfics es tallen en el punt $\boxed{\left(\dfrac{12}{5}, \dfrac{1}{5}\right)}$.

c)



3. Resoleu les equacions següents:

a) $(x+3)^2 - 49 = 0$.

b) $3x^2 - 13x - 10 = 0$.

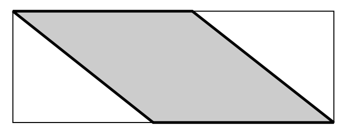
c) $(x+101)\cdot(5x-95) = 0$.

a) $(x+3)^2 - 49 = 0 \iff (x+3)^2 = 49 \iff x+3 = \pm 7 \iff x = -3 \pm 7 = \begin{cases} \boxed{4} \\ \boxed{-10} \end{cases}$.

b) $3x^2 - 13x - 10 = 0 \iff x = \dfrac{13 \pm \sqrt{169+120}}{6} = \dfrac{13 \pm 17}{6} = \begin{cases} \boxed{5} \\ -\dfrac{4}{6} = \boxed{-\dfrac{2}{3}} \end{cases}$.

c) $(x+101)\cdot(5x-95) = 0 \iff \left\{ \begin{array}{c} x+101 = 0 \\ \text{o} \\ 5x-95 = 0 \end{array} \right. \iff x = \begin{cases} \boxed{-101} \\ \boxed{19} \end{cases}$.

4. El perímetre d'un rombe inscrit en un rectangle, com en la figura adjunta, mesura 148 cm, i la base del rectangle mesura 6 vegades l'altura. Calculeu la longitud de cada costat del rectangle.



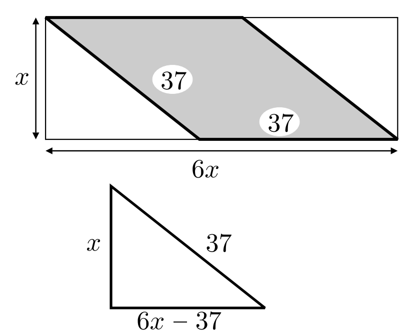
Els costats del rombe, en ser tots iguals, mesuren $\dfrac{148}{4} = 37$ cm cadascun.

Anomenem $x =$ altura del rectangle. Llavors, la base del rectangle mesura $6x$, i obtenim un triangle rectangle de costats:

$$x,\ 6x-37,\ 37.$$

Si apliquem el teorema de Pitàgoras, tenim

$$\begin{aligned} & x^2 + (6x-37)^2 = 37^2 \iff \\ \iff\ & x^2 + 36x^2 - 444x + 37^2 = 37^2 \iff \\ \iff\ & 37x^2 - 444x = 0 \iff \\ \iff\ & x(37x-444) = 0 \iff \\ \iff\ & \left\{ \begin{array}{c} x = 0 \text{ (no pot ser)} \\ \text{o} \\ 37x - 444 = 0 \iff x = 12. \end{array} \right. \end{aligned}$$



Per tant, en ser la base 6 vegades l'altura, els costats del rectangle són de $\boxed{12 \text{ cm} \;\; \text{i } 72 \text{ cm}}$.