

Recordeu que en els problemes de combinatòria s'ha d'explicar tot el raonament que us porta a decidir de quin tipus són les col·leccions d'objectes amb les quals treballem.

1. Considereu les xifres 1, 2, 3, 4, 5, 6 i 7. Quants nombres parells de quatre xifres diferents es poden construir.

<p>— — — 2 : Nombres —→ Col·leccions de 6 elements agafats de 3 en 3, en què importa l'ordre i no hi ha repetició.</p>	$V_6^3 = 6 \cdot 5 \cdot 4$	<p>Solució:</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; text-align: center;"> $3 \cdot V_6^3$ \parallel $3 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4$ \parallel 360 </div>
<p>— — — 4 : Nombres —→ Col·leccions de 6 elements agafats de 3 en 3, en què importa l'ordre i no hi ha repetició.</p>	$V_6^3 = 6 \cdot 5 \cdot 4$	
<p>— — — 6 : Nombres —→ Col·leccions de 6 elements agafats de 3 en 3, en què importa l'ordre i no hi ha repetició.</p>	$V_6^3 = 6 \cdot 5 \cdot 4$	

2. Considereu les lletres C , L , M , T , A i E . Amb aquestes lletres:

- Quantes paraules de cinc lletres diferents es poden construir?
- Quantes paraules de nou lletres es poden construir, de manera que tinguin dues vegades la lletra T , tres vegades la lletra A i les altres lletres una vegada?

a) En la construcció de paraules hem de tenir en compte que ordre diferent implica paraula diferent, per tant l'ordre és important. A més ens diuen que les lletres no es repeteixen. Consegüentment es tracta de fer el recompte de **variacions** de 6 lletres agafades de 5 en 5:

$$V_6^5 = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = \boxed{720}.$$

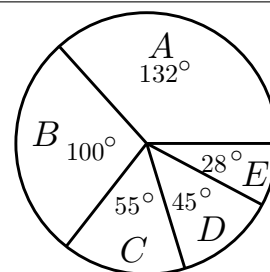
b) Es tracta de montar col·leccions de 9 elements, en què:

- L'ordre importa.
- Els elements es poden repetir un nombre fix de vegades:
 $A \longleftrightarrow 3, T \longleftrightarrow 2, C \longleftrightarrow 1, L \longleftrightarrow 1, M \longleftrightarrow 1, E \longleftrightarrow 1.$

Per tant, ens trobem amb que hem de fer el recompte de **permutacions amb repetició** de 9 lletres, en què hi ha una lletra que es repeteix 3 vegades, una altra que es repeteix 2 vegades, i les que resten 1 vegada:

$$P_9^{3,2,1,1,1,1} = \frac{9!}{3!2!} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1} = 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 2 = \boxed{6048}.$$

3. A les eleccions municipals d'una ciutat s'han comptabilitzat un total de 138600 vots, els quals s'han repartit entre les candidatures A, B, C, D i E, segons el diagrama de sectors adjunt. Construiu una taula estadística de la variable “nombre de vots de cada candidatura”, en què aparegui la freqüència absoluta d'aquesta variable.



Els valors de les freqüències absolutes seran el nombre de vots que ha aconseguit cada candidatura. Aquests valors són proporcionals als valors dels angles centrals dels sectors del diagrama. Per tant, treballarem sobre aquestes proporcions:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\text{Vots A}}{132^\circ} &= \frac{138600}{360^\circ} \Rightarrow \text{Vots A} = 132 \cdot \frac{138600}{360} = 50820 \\ \frac{\text{Vots B}}{100^\circ} &= \frac{138600}{360^\circ} \Rightarrow \text{Vots B} = 100 \cdot \frac{138600}{360} = 38500 \\ \frac{\text{Vots C}}{55^\circ} &= \frac{138600}{360^\circ} \Rightarrow \text{Vots C} = 55 \cdot \frac{138600}{360} = 21175 \\ \frac{\text{Vots D}}{45^\circ} &= \frac{138600}{360^\circ} \Rightarrow \text{Vots D} = 45 \cdot \frac{138600}{360} = 17325 \\ \frac{\text{Vots E}}{28^\circ} &= \frac{138600}{360^\circ} \Rightarrow \text{Vots E} = 28 \cdot \frac{138600}{360} = 10780 \end{aligned} \right\} \xRightarrow{\text{taula}}$$

x	f. a.
A	50820
B	38500
C	21175
D	17325
E	10780

4. En una fàbrica de piles elèctriques per a llanternes volen estudiar “el temps en hores que un determinat model de pila pot estar en funcionament”. Trien una col·lecció de 80 piles d'aquest model i obtenen la distribució de freqüències absolutes adjunta.

x	$f.a.$
2 – 4	6
4 – 6	10
6 – 8	20
8 – 10	32
10 – 12	12

- Quines són la població, la mostra i la variable estadística de l'estudi?
- Elaboreu una taula en què apareguin els valors de la taula anterior i les freqüències absolutes acumulades.
- Representeu l'histograma i el polígon de freqüències absolutes acumulades.
- Calculeu la mitjana i la mediana de la variable.

a) **Població:** El total de piles del model que es vol estudiar.

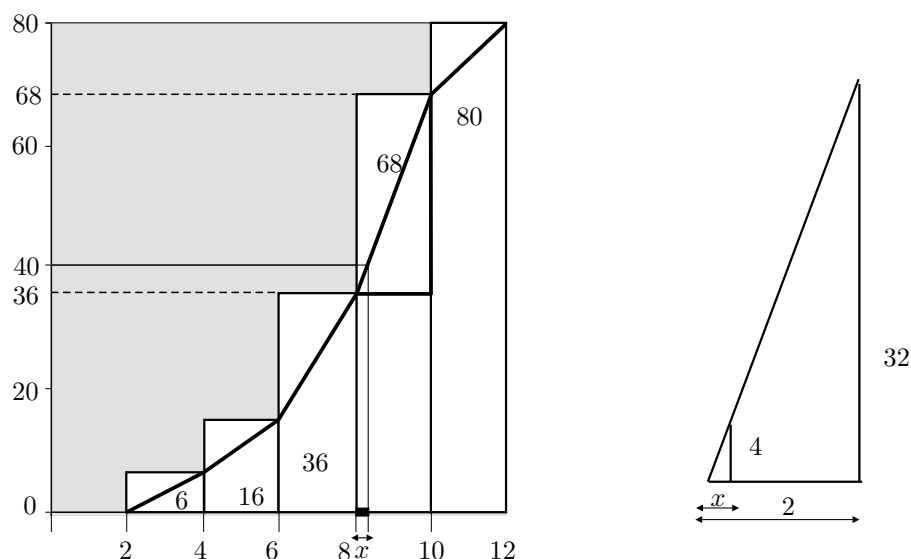
Mostra: Les 80 piles que s'han triat.

Variable estadística: Temps de funcionament de cada pila.

b) La taula estadística demanada és la següent:

x	f. a.	f. a. a.
2 – 4	6	6
4 – 6	10	16
6 – 8	20	36
8 – 10	32	68
10 – 12	12	80

c) L'histograma i el diagrama de freqüències absolutes acumulades són els següents, —en què s'ha adjuntat una ampliació del triangle que permetrà calcular la mediana de l'apartat últim de l'exercici—:



d) De l'observació de la proporcionalitat entre els costats dels triangles semblants de la figura, en resulta la mediana:

$$\frac{x}{2} = \frac{4}{32} \Rightarrow x = \frac{2 \cdot 4}{32} = 0.25 \Rightarrow \text{Mediana} = 8 + 0.25 = \boxed{8.25}.$$

Podem calcular la mitjana \bar{x} a partir de les freqüències absolutes i de les marques de classe 3, 5, 7, 9, 11:

$$\bar{x} = \frac{6 \cdot 3 + 10 \cdot 5 + 20 \cdot 7 + 32 \cdot 9 + 12 \cdot 11}{80} = \frac{628}{80} = \boxed{7.85}.$$

5. Un examen a un grup de 24 alumnes es puntua amb nombres enters del 1 al 5. Els resultats obtinguts són els següents:

1, 4, 4, 3, 3, 2, 3, 1, 5, 4, 3, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 4, 5, 4, 3, 2, 1, 2.

Construïu una taula de la variable estadística discreta “puntuació de cada alumne”, en què apareguin les freqüències absolutes, les relatives i els percentatges. Trobeu, també, els valors de la moda, la mediana i la mitjana.

x	f. a.	f. r.	%
1	4	$1/6 \approx 0.167$	16.7
2	6	$1/4 \approx 0.250$	25.0
3	7	$7/24 \approx 0.292$	29.2
4	5	$5/24 \approx 0.208$	20.8
5	2	$1/12 \approx 0.083$	8.3

Moda = $\boxed{3}$, perquè és el valor de la variable que apareix més vegades.

Mediana = $\boxed{3}$, perquè si dividim en dues meitats les observacions ordenades, l'observació número 12 és per al valor 3 de la variable i la número 13 també. Llavors, $\frac{3+3}{2} = 3$.

$$\text{Mitjana} = \frac{4 \cdot 1 + 6 \cdot 2 + 7 \cdot 3 + 5 \cdot 4 + 2 \cdot 5}{24} = \frac{67}{24} = \boxed{2.79}.$$