IES Pons d'Icart
MATEMÀTIQUES – 3R ESO C — 20/II/2006
Inequacions i equació de segon grau — 3+2+(1+1.5)+(1+1.5)

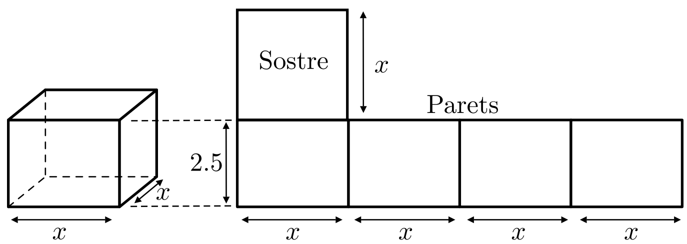
1. Hem gastat 137.6 euros en pintar una habitació de base quadrada sense finestres. Sabem que:

– Pintar la paret i la porta té un cost de 3.5 euros el m^2.

– Pintar el sostre té un cost de 2.5 euros el m^2.

– L'alçada de l'habitació és de 2.5 m.

Calculeu la longitud dels costats de la base de l'habitació.



	Parets	Sostre
Àrea	$4 \cdot 2.5 \cdot x$	x^2
Preu	$3.5 \cdot 4 \cdot 2.5 \cdot x$	$2.5 \cdot x^2$

$$\Longrightarrow 35x + 2.5x^2 = 137.6 \Longrightarrow 2.5x^2 + 35x - 137.6 = 0.$$

Per tant,

$$x = \frac{-35 \pm \sqrt{1225 + 1376}}{5} = \frac{-35 \pm 51}{5} = \begin{cases} \frac{16}{5} = \boxed{3.2 \text{ m}}. \\ \frac{-86}{5}\text{, no es considera.} \end{cases}$$

2. Resoleu l'equació $x^2 + 12x + 35 = 0$:

a) Amb el mètode de completar quadrats.

b) Amb la fórmula de resolució amb radicals.

a) Hem de tenir present la fórmula del quadrat d'un binomi, $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, per tal de trobar una equació equivalent a la donada en què no apareguin al mateix temps termes en x^2 i termes en x. En aquest cas, en ser $(x+6)^2 = x^2 + 12x + 36$ tenim,

$$\begin{aligned} x^2 + 12x + 35 = 0 &\iff (x+6)^2 - 36 + 35 = 0 \iff (x+6)^2 = 1 \\ &\iff x + 6 = \pm\sqrt{1} \iff x = \pm 1 - 6 \iff \boxed{x = -5 \text{ o } x = -7}. \end{aligned}$$

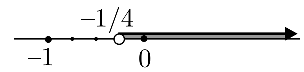
b) En la fórmula de resolució amb radicals hem de fer: $a = 1$, $b = 12$, $c = 35$. Així, $b^2 - 4ac = 12^2 - 4 \cdot 1 \cdot 35 = 144 - 140$ implica,

$$x = \frac{-12 \pm \sqrt{144 - 140}}{2} = \frac{-12 \pm 2}{2} = \begin{cases} \boxed{-5} \\ \boxed{-7}. \end{cases}$$

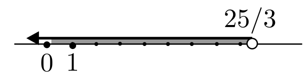
3. Resoleu les inequacions següents i representeu els resultats gràficament sobre la recta numèrica.

a) $3 - 2x < \dfrac{7}{2}$ b) $x - \dfrac{x-3}{4} < \dfrac{3}{5}\,x + 2\,.$

a) $3 - 2x < \dfrac{7}{2} \overset{(\times 2)}{\Longleftrightarrow} 6 - 4x < 7 \Longleftrightarrow -4x < 1 \Longleftrightarrow \boxed{x > -\dfrac{1}{4}}.$



b)
$$x - \frac{x-3}{4} < \frac{3}{5}\,x + 2 \overset{(\times 20)}{\Longleftrightarrow} 20x - 5x + 15 < 12x + 40$$
$$\Longleftrightarrow (20 - 5 - 12)x < 40 - 15$$
$$\Longleftrightarrow 3x < 25 \Longleftrightarrow \boxed{x < \frac{25}{3}}.$$



4. Resoleu les equacions:

a) $3x^2 - 27x = 0$ b) $\dfrac{x}{3} = 3 + \dfrac{30}{x}\,.$

a) $3x^2 - 27x = 0 \Longleftrightarrow 3x(x-9) = 0 \Longleftrightarrow x = 0 \ \text{ o } \ x - 9 = 0 \Longleftrightarrow \boxed{x = 0 \ \text{ o } \ x = 9}.$

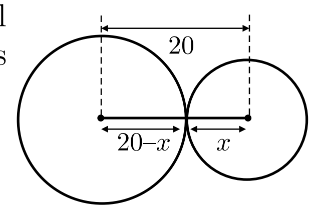
b) Multipliquem per $3x$ els dos costats de l'equació per eliminar els denominadors i en resulta,

$$\frac{x}{3} = 3 + \frac{30}{x} \Longleftrightarrow x^2 = 9x + 90 \Longleftrightarrow x^2 - 9x - 90 = 0$$
$$\Longleftrightarrow x = \frac{9 \pm \sqrt{81 + 360}}{2} = \frac{9 \pm 21}{2} = \begin{cases} \boxed{15} \\ \boxed{-6}. \end{cases}$$

5. [Opcional]

Dos cercles són tangents exteriorment. Els seus centre estan separats per una distància de 20 cm. Trobeu el radi de cada cercle si sabeu que l'àrea d'un és el doble que la de l'altre.

Anomenem x el radi de la de la circumferència petita. Llavors, el radi de la circumferència gran és $20 - x$ i de la condició sobre les àrees en resulta l'equació,



$$\pi(20 - x)^2 = 2\pi x^2, \ \text{ és a dir, } \ (20 - x)^2 = 2x^2.$$

Desenvolupem el binomi i simplifiquem:

$$(20 - x)^2 = 2x^2 \Longleftrightarrow 400 - 40x + x^2 = 2x^2 \Longleftrightarrow x^2 + 40x - 400 = 0$$
$$\Longleftrightarrow x = \frac{-40 \pm \sqrt{1600 + 1600}}{2} = \frac{-40 \pm 40\sqrt{2}}{2} = \begin{cases} 20\left(\sqrt{2} - 1\right) \\ -20\left(\sqrt{2} + 1\right) \end{cases}$$

De la primera solució en resulten els radis aproximats $\boxed{x \approx 8.284 \ \text{ i } \ 20 - x \approx 11.716}$.

La segona solució dóna mesura negativa i no es té en consideració.