IES Pons d'Icart
MATEMÀTIQUES – 3R ESO C 16/III/2006
Equacions de segon grau,
inequacions i moviments del pla $3+2+2+0.75+(3\times 0.75)$

1. Dos nombres racionals es diferencien en dues unitats i la suma dels seus inversos és igual a $\dfrac{21}{20}$.

a) Anomeneu x el menor dels dos nombres i cerqueu l'equació d'incògnita x que resulta d'imposar les condicions de l'enunciat.

b) Cerqueu una equació equivalent a l'anterior, eliminant-ne els denominadors, i comproveu que se n'obté
$$21x^2+2x-40=0.$$

c) Dieu quins són els dos nombres que demana l'enunciat.

a) Siguin $\begin{cases} x = \text{nombre menor} \\ x+2 = \text{nombre major.} \end{cases}$

Llavors, la condició de l'enunciat s'escriu $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x+2}=\dfrac{21}{20}$.

b) Multipliquem els dos costats de l'equació per $20x(x+2)$. N'obtenim les equacions equivalents

$$20(x+2)+20x=21x(x+2)\iff 20x+40+20x=21x^2+42x\iff 21x^2+2x-40=0.$$

c) Els dos nombres són $x=\dfrac{-2\pm\sqrt{4+3360}}{42}=\dfrac{-2\pm 58}{42}=$ $\begin{cases}\boxed{\dfrac{4}{3}} \text{ i } \dfrac{4}{3}+2=\boxed{\dfrac{10}{3}} \\ \boxed{-\dfrac{10}{7}} \text{ i } -\dfrac{10}{7}+2=\boxed{\dfrac{4}{7}}\end{cases}$

2. Resoleu les inequacions següents:

$$\text{a) } 2x-1<\frac{5x}{2}+4 \qquad \text{b) } x-\frac{x-2}{8}\geq 3x-\frac{1-x}{6}.$$

a) $2x-1<\dfrac{5x}{2}+4 \overset{(\times 2)}{\iff} 4x-2<5x+8 \iff -2-8<5x-4x \iff \boxed{x>-10}$.

b) $x-\dfrac{x-2}{8}\geq 3x-\dfrac{1-x}{6} \overset{(\times 24)}{\iff} 24x-3x+6\geq 72x-4+4x \iff 10\geq 55x \iff \boxed{x\leq \dfrac{2}{11}}$.

3. Resoleu les equacions següents:

$$\text{a) } x^2-5x-66=0 \qquad \text{b) } (x+2)(x-3)=x-\frac{3}{4}.$$

a) $x=\dfrac{5\pm\sqrt{25+264}}{2}=\dfrac{5\pm 17}{2}=$ $\begin{cases}\boxed{11} \\ \boxed{-6}.\end{cases}$

b)

$$(x+2)(x-3) = x - \frac{3}{4} \overset{(\times 4)}{\Longleftrightarrow} 4(x+2)(x-3) = 4x-3$$

$$\Longleftrightarrow \quad 4(x^2-x-6) = 4x-3 \Longleftrightarrow 4x^2-4x-24 = 4x-3 \Longleftrightarrow 4x^2-8x-21 = 0$$

$$\Longleftrightarrow \quad x = \frac{8 \pm \sqrt{64+336}}{8} = \frac{8 \pm 20}{8} = \left\langle \begin{array}{l} \boxed{\frac{7}{2}} \\ \boxed{-\frac{3}{2}} \end{array} \right. .$$

4. Sobre el punt P de la xarxa quadrangular adjunta apliqueu un gir de centre l'origen de coordenades O i angle 90° i, sobre el punt que en resulta, apliqueu una translació de vector $\overrightarrow{v} = (2,1)$. Dibuixeu el punt final i escriviu les seves coordenades.

Xarxa quadrangular de l'enunciat i solució a les dues planes següents.

5. Sobre el triangle PQR de la xarxa triangular adjunta apliqueu els següents moviments i dibuixeu els triangles que s'obtenen:

a) Un gir de centre A i angle 120°.

b) Un gir de centre A i angle 180°.

c) Una simetria axial d'eix e.

Xarxa triangular de l'enunciat i solució a les dues planes següents

6. (Opcional)
Considereu el mosaic adjunt que s'estén sense límit en totes direccions.

a) Trobeu els girs i simetries axials que apliquen el disseny del mosaic sobre sí mateix.

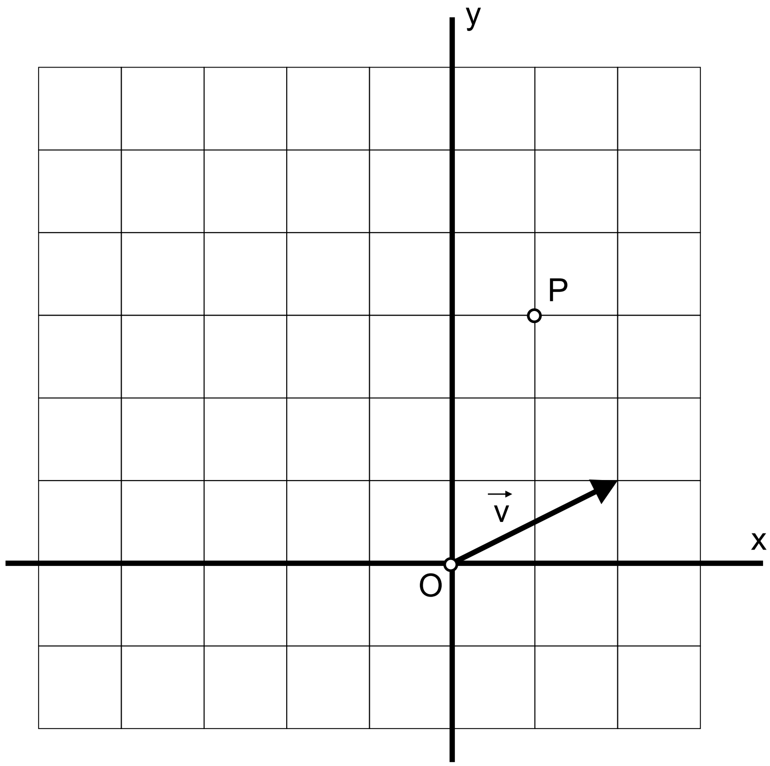
b) Trobeu la regió quadrada mínima que en traslladar-la en diferents direccions genera el mosaic.

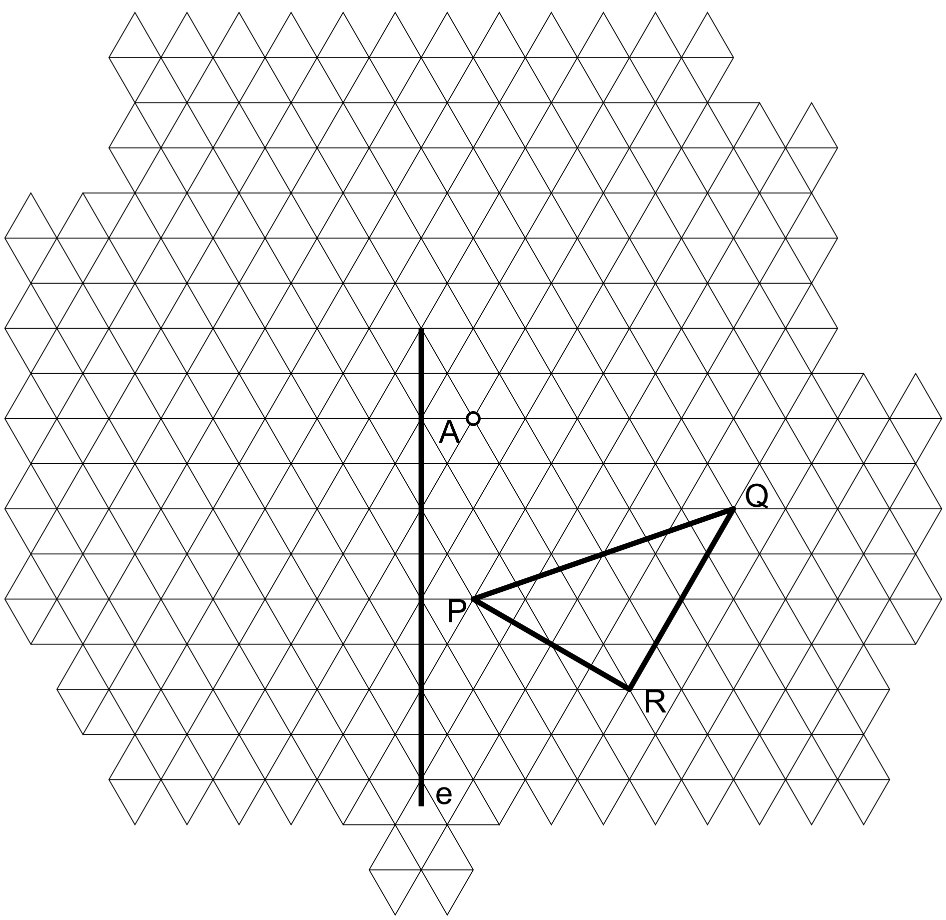
c) Trobeu el triangle rectangle mínim que en aplicar-li girs, simetries axials i translacions genera el mosaic.

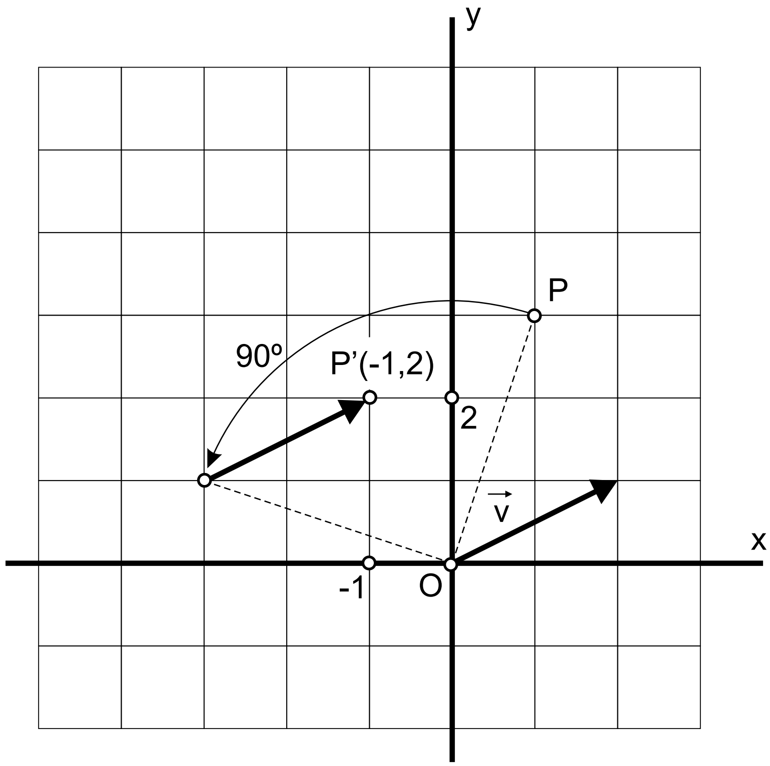
Mosaic de l'enunciat i solució a l'última pàgina.

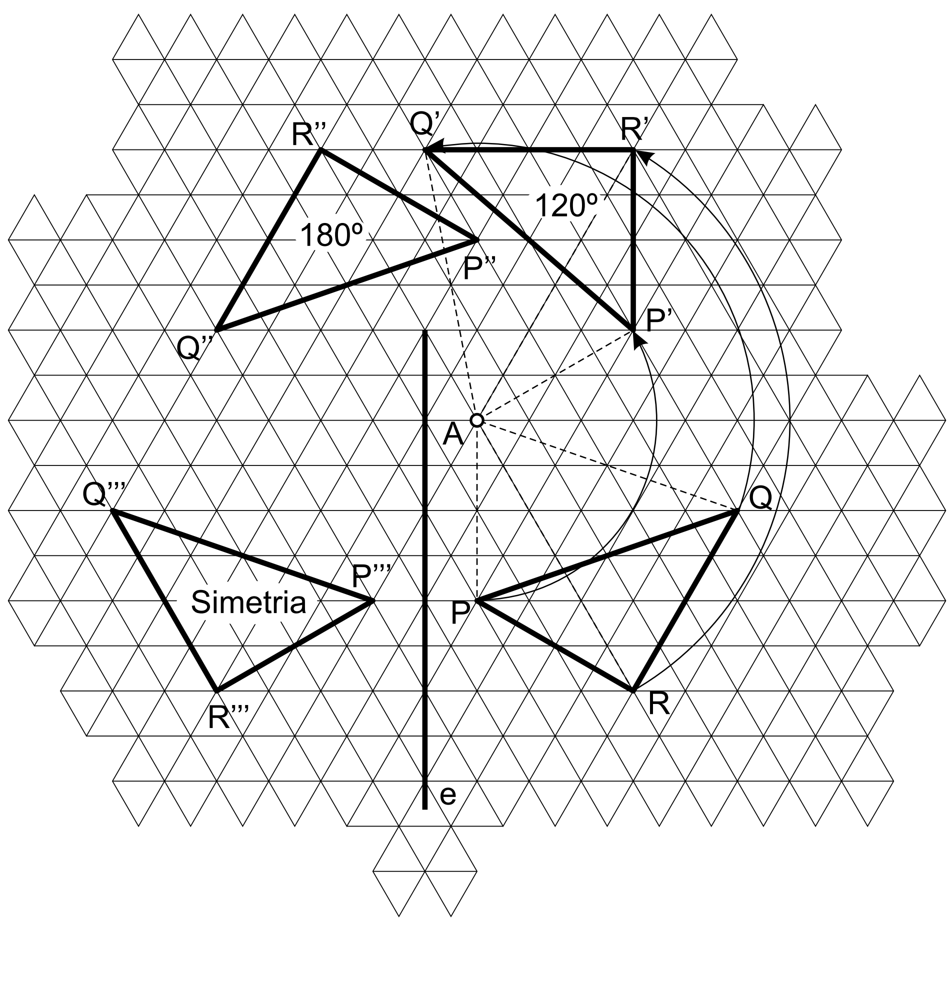
- Els petits quadrats representen centres de gir d'angles de 90°, 180° i 270°.
- Les petites rodones representen centres de gir d'angles de 180°.
- Les línies de traçat discontinu representen eixos de simetria.
- El quadrat sobre el qual es troben representats els elements anteriors és la regió quadrada mínima que sotmesa a translacions de vectors determinats pels seus costats o a translacions que resultin de compondre les anteriors, generen tot el mosaic.
- El triangle gris és un triangle mínim que en aplicar-li els moviments descrits anteriorment genera tot el mosaic.

$\boxed{\textbf{4. i 5.}}$






y
P
90º
P'(-1,2)
2
v
x
-1
O


R''
Q'
R'
120º
180º
P''
P'
Q''
A
Q'''
Q
P'''
Simetria
P
R'''
R
e

6.