IES Pons d'Icart
MATEMÀTIQUES – 3R ESO C 2/VI/2006
Funcions, recompte i estadística $(5+2.5+2.5)///(1+2+1)+2+1+3$

1. Considereu les funcions $f(x) = x^2 - 4x - 5$ i $g(x) = 3x - 11$.

a) Trobeu els punts de tall dels seus gràfics amb els eixos de coordenades i el vèrtex del gràfic de la funció quadràtica.

b) Representeu $f(x)$ i $g(x)$ gràficament a partir de la informació anterior.

c) Trobeu analíticament les coordenades dels punts d'intersecció dels dos gràfics i comenteu si coincideixen amb les representacions gràfiques de l'apartat anterior.

a) • $\boxed{\text{Funció } g(x) = 3x - 11}$

–Tall OX: $g(x) = 0 \Longrightarrow 3x - 11 = 0 \Longrightarrow x = \dfrac{11}{3}$

–Tall OY: $x = 0 \Longrightarrow g(0) = 3 \cdot 0 - 11 = -11$

–Talla els eixos en els punts $\boxed{\left(\dfrac{11}{3}, 0\right) \text{ i } (0, -11)}$.

• $\boxed{\text{Funció } f(x) = x^2 - 4x - 5}$

–Talls OX: $f(x) = 0 \Longrightarrow x^2 - 4x - 5 = 0 \Longrightarrow x = \dfrac{4 \pm \sqrt{16+20}}{2} = \dfrac{4 \pm 6}{2} = \begin{cases} 5 \\ -1. \end{cases}$

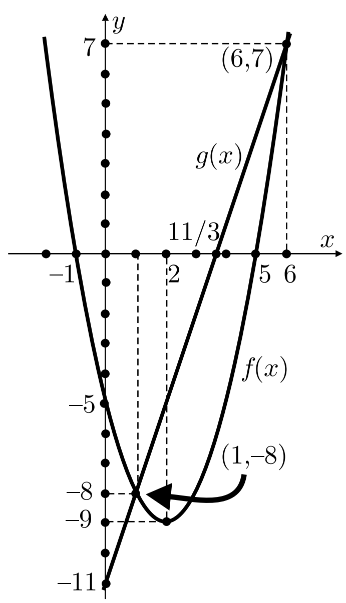
–Tall OY: $x = 0 \Longleftrightarrow f(0) = 0^2 - 4 \cdot 0 - 5 = -5$

–Els talls amb els eixos són els punts $\boxed{(5,0),\ (-1,0) \text{ i } (0,-5)}$.

–L'abscissa del vèrtex es troba en el punt mitjà dels dos punts de tall de la paràbola amb l'eix d'abscisses:

$$x_v = \frac{5 + (-1)}{2} = \frac{4}{2} = 2\,, \quad y_v = f(2) = 2^2 - 4 \cdot 2 - 5 = -9 \Longrightarrow \boxed{\text{Vèrtex} = (2, -9)}.$$

b)



c) Imposem la condició d'intersecció, $f(x) = g(x)$:

$$f(x) = g(x) \Longleftrightarrow x^2 - 4x - 5 = 3x - 11$$
$$\Longleftrightarrow x^2 - 7x + 6 = 0$$
$$\Longleftrightarrow x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 24}}{2} = \frac{7 \pm 5}{2} = \begin{cases} 6 \Longrightarrow g(6) = 7 \\ 1 \Longrightarrow g(1) = -8\,. \end{cases}$$

Els punts d'intersecció són

$$\boxed{(1,-8) \text{ i } (6,7)}.$$

2. Anotem en un full el nombre de germans que té cadascun dels alumnes d'un grup. En resulta la llista següent:

$$1, 0, 1, 0, 0, 1, 2, 2, 3, 1, 1, 3, 0, 2, 2, 1, 2, 1, 1, 0, 1, 1, 3, 4, 1, 3, 3, 2, 1, 2.$$

a) Quina és la població o mostra objecte d'estudi i quina és la variable estadística estudiada? De quin tipus és aquesta variable?

b) Elaboreu una taula estadística d'aquesta variable en què apareguin les freqüències absolutes, relatives, absolutes acumulades i relatives acumulades.

c) Calculeu la mitjana i la mediana de la variable.

a) **Població:** Els 30 alumnes del grup.
Variable: El nombre de germans que té cada alumne.
Tipus: Quantitativa discreta.

b)

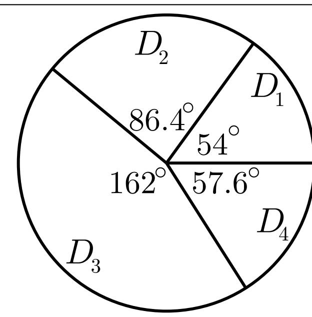
x	fa	fr	faa	fra
0	5	0.167	5	0.167
1	12	0.400	17	0.567
2	7	0.233	24	0.800
3	5	0.167	29	0.967
4	1	0.033	30	1
	30	1.000		

c)

$$\bar{x} = \frac{5 \cdot 0 + 12 \cdot 1 + 7 \cdot 2 + 5 \cdot 3 + 4 \cdot 1}{30} = \frac{45}{30} = \boxed{1.5}.$$

Un cop ordenats els valors de la variable de menor a major, en el llocs 15è i 16è trobem els valors 1. Per tant, $\boxed{\text{la mediana té valor 1}}$.

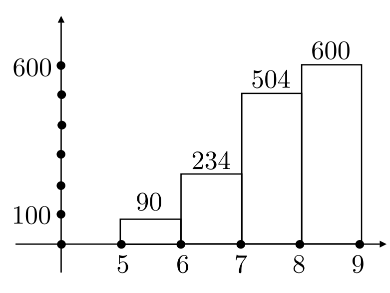
3. S'ha classificat una mostra de 600 taronges de la collita d'un dia determinat segons els seus diàmetres D_1, D_2, D_3 i D_4, en cm, tal com mostra el diagrama de sectors adjunt. Construïu l'histograma de freqüències acumulades de la variable quantitativa contínua "diàmetre de les taronges".



D_1: [5,6)
D_2: [6,7)
D_3: [7,8)
D_4: [8,9)

Calculem les freqüències acumulades a la taula següent i les presentem gràficament.

x	fa	faa
$[5, 6)$	$\frac{54}{360} \cdot 600 = \frac{5}{3} \cdot 54 = 90$	90
$[6, 7)$	$\frac{86.4}{360} \cdot 600 = \frac{5}{3} \cdot 86.4 = 144$	234
$[7, 8)$	$\frac{162}{360} \cdot 600 = \frac{5}{3} \cdot 162 = 270$	504
$[8, 9)$	$\frac{57.6}{360} \cdot 600 = \frac{5}{3} \cdot 57.6 = 96$	600



4. Considereu els dígits 1,2,3,4,5,6,7. Calculeu de manera raonada el nombre de números de cinc xifres diferents que es poden construir amb ells.

Quan construïm aquests nombres considerem col·leccions de 5 elements diferents triats entre 7 de manera que importa l'ordre i els elements, en una mateixa col·lecció, no es poden repetir. Per tant, aconseguim el resultat calculant

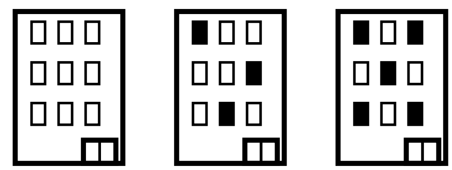
$$\mathrm{V}_7^5 = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = \boxed{2520}.$$

Resoleu un dels dos exercicis següents:

5A. La façana d'un edifici té 9 finestres. Els veïns han de pintar la seva finestra o bé blanca o bé negra. Raoneu,

a) Quantes aparences pot presentar l'edifici?

b) En quantes hi ha 5 finestres negres i 4 de blanques?



a) Representem amb la lletra **B** la situació "finestra de color blanc" i amb la lletra **N** la situació "finestra de color negre". Les col·leccions ordenades compostes de nou lletres **B** i **N**, com ara **BBNBNNNBB**, representen aparences diferents de les finestres. Aquestes són col·leccions de dues lletres agafades de nou en nou de manera que importa l'ordre i les lletres es poden repetir en una mateixa col·lecció un nombre variable de vegades. Per tant obtindrem el resultat a partir del càlcul següent,

$$\mathrm{VR}_2^9 = 2^9 = \boxed{512}.$$

b) Aquí la situació és igual a l'anterior amb una diferència, el nombre de lletres **B** i **N** està fixat, (4 i 5). Per tant, calculem

$$\mathrm{PR}_9^{4,5} = \frac{9!}{4!\,5!} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{4 \cdot 3 \cdot 2} = \boxed{126}.$$

5B. En un grup de 8 nois i 11 noies es volen fer equips de treball. Raoneu,

a) Quants possibles equips de 4 nois es poden fer?

b) Quants possibles equips de 6 noies es poden fer?

c) Quants possibles equips de 10 persones es poden fer que tinguin 4 nois i 6 noies.

Anomenem les noies $F_1, F_2, \ldots, F_1 1$, i els nois $M_1, M_2, \ldots, M_8$.

a) En no haver-hi categories diferents en un mateix grup, es tracta de construir col·leccions no ordenades de quatre M_i diferents, (com ara $M_2, M_7, M_3, M_5 = M_7, M_3, M_2, M_5$). Per tant, calculem

$$\mathrm{C}_8^4 == \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{4 \cdot 3 \cdot 2} = \boxed{70 \text{ equips}}.$$

b) D'un raonament igual que l'anterior resulta que hem de calcular

$$\mathrm{C}_1 1^6 == \frac{11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2} = \boxed{462 \text{ equips}}.$$

c) Per cada equip de nois es podrien fer 462 equips de nois i noies. Per tant, es podran fer un total de

$$70 \cdot 462 = \boxed{32340 \text{ equips}}.$$