1. Resoleu les equacions:

a) $x - \dfrac{x-1}{3} = 2x + 5\,.$ b) $\dfrac{2x+3}{6} - x = \dfrac{9}{2} - \dfrac{2x}{3}\,.$

a) $x - \dfrac{x-1}{3} = 2x+5 \Longleftrightarrow 3x - x + 1 = 6x + 15 \Longleftrightarrow -4x = 14 \Longleftrightarrow x = \dfrac{14}{-4} \Longleftrightarrow \boxed{x = -\dfrac{7}{2}}.$

b) $\dfrac{2x+3}{6} - x = \dfrac{9}{2} - \dfrac{2x}{3} \Longleftrightarrow 2x + 3 - 6x = 27 - 4x \Longleftrightarrow -4x + 3 = 27 - 4x \Longleftrightarrow 3 = 27.$

En ser equivalent la suposició que existeix x satisfent l'equació a una afirmació falsa ($3 = 27$),

$$\boxed{\text{no existeix cap valor numèric que satisfagui la condició de l'equació}}\,.$$

2. Tenim 2.64 euros en monedes de 2 cèntims i 5 cèntims. Si el nombre de monedes de 2 cèntims és el triple que el nombre de monedes de 5 cèntims. Quantes monedes tenim de cada classe.

En el quadre adjunt definim les incògnites:

	nombre	cèntims que sumen
monedes de 2 cèntims	x	$2x$
monedes de 5 cèntims	y	$5y$
total monedes		$2x + 5y$

Les condicions del problema són

	condició
sobre el nombre de monedes	$x = 3y$
sobre els cèntims que sumen	$2x + 5y = 264$

Aquest és un sistema que es resol immediatament per substitució:

$$2 \cdot 3y + 5y = 264 \Longleftrightarrow 11y = 264 \Longleftrightarrow y = \frac{264}{11} = 24 \quad \text{i} \quad x = 3 \cdot 24 = 72.$$

Tenim un total de $\boxed{\text{24 monedes de 5 cèntims i 72 monedes de 2 cèntims}}$.

3. Sigui el sistema d'equacions $\left\{\begin{array}{l} 8x - 9y = 54 \\ 4x + 3y = 12. \end{array}\right.$

a) Resoleu-lo pel mètode de reducció.

b) Resoleu-lo pel mètode de substitució.

c) Representeu gràficament cadascuna de les equacions sobre els mateixos eixos de coordenades, mitjançant la recerca dels dos punts de tall amb aquests eixos i un altre punt qualsevol. Observeu si les rectes es tallen i, si ho fan, digueu en quin punt. Comenteu si el resultat d'aquesta observació té relació amb les solucions dels apartats (a) i (b).

a) **Mètode de reducció:** Anomenem E_1 i E_2 les equacions i el sistema és equivalent a:

$$
\begin{array}{rrrrl}
E_1: & 8x- & 9y= & 54 & \\
-2E_2: & -8x- & 6y= & -24 & \\
\hline
E_1-2E_2: & & -15y= & 30 & \Longrightarrow \boxed{y=-2}.
\end{array}
\qquad\Bigg|\qquad
\begin{array}{rrl}
E_1: & 8x-9y=54 & \\
3E_2: & 12x+9y=36 & \\
\hline
E_1+3E_2: & 20x \qquad =90 & \Longrightarrow \boxed{x=\dfrac{9}{2}}.
\end{array}
$$

b) **Mètode de substitució:** Aïllem y en la segona equació de l'enunciat:

$$y=\frac{12-4x}{3}\,. \tag{1}$$

Substituïm aquesta expressió de y a la primera equació i resolem l'equació que en resulta:

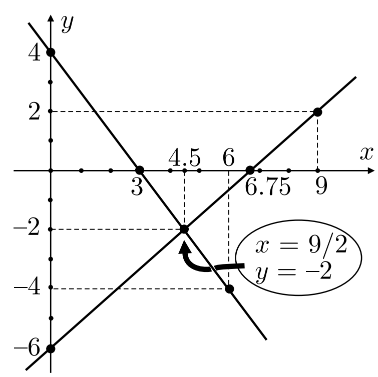
$$8x-9\cdot\frac{12-4x}{3}=54 \iff 8x-3(12-4x)=54 \iff 8x+12x=54+36$$

$$\iff 20x=90 \iff x=\frac{90}{20} \iff \boxed{x=\frac{9}{2}}.$$

Substituïm x en l'equació (1): $\quad y=\dfrac{12-4\cdot\frac{9}{2}}{3}=y=\dfrac{12-18}{3}=\dfrac{-6}{3}\Longrightarrow\boxed{y=-2}.$

c) Cerquem els punts demanats a l'enunciat:

	$\boxed{E_1}$ x	y	$\boxed{E_2}$ x	y
Tall eix OX	0	−6	0	4
Tall eix OY	6.75	0	3	0
Punt qualsevol	9	2	6	−4



Observem que les rectes es tallen en el punt $\left(\frac{9}{2},-2\right)$. Això concorda amb el resultat esperat a partir de la resolució algèbrica del sistema en els apartats anteriors.

4. Opereu i simplifiqueu sense utilitzar la calculadora ni el llenguatge decimal i presenteu el resultat en forma d'enter o fracció d'enters:

$$\text{a)}\quad \frac{1}{4}-\frac{1}{3}\left(2+\frac{1}{3}\right). \qquad \text{b)}\quad \frac{3-\dfrac{1}{2}\cdot 6}{\left(5-\dfrac{3}{4}\right)\cdot 6}. \qquad \text{c)}\quad \frac{0.02^{-2006}}{100^{2005}\cdot 16^{-501}}.$$

a) $\dfrac{1}{4}-\dfrac{1}{3}\left(2+\dfrac{1}{3}\right)=\dfrac{1}{4}-\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{6+1}{3}=\dfrac{1}{4}-\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{7}{3}=\dfrac{1}{4}-\dfrac{7}{9}=\dfrac{9-28}{36}=\boxed{-\dfrac{19}{36}}.$

b) $\dfrac{3-\dfrac{1}{2}\cdot 6}{\left(5-\dfrac{3}{4}\right)\cdot 6}=\dfrac{3-3}{\left(\dfrac{20-3}{4}\right)\cdot 6}=\dfrac{0}{\dfrac{17\cdot 6}{4}}=\boxed{0}.$

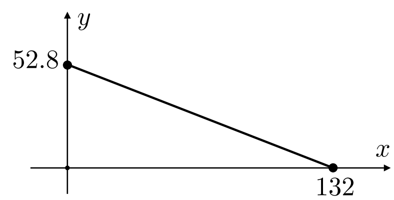
c) $\dfrac{0.02^{-2006}}{100^{2005}\cdot 16^{-501}}=\dfrac{\left(\dfrac{2}{100}\right)^{-2006}}{100^{2005}\cdot\left(2^4\right)^{-501}}=\dfrac{\left(\dfrac{100}{2}\right)^{2006}}{100^{2005}\cdot 2^{-2004}}=\dfrac{100^{2006}\cdot 2^{2004}}{100^{2005}\cdot 2^{2006}}=\dfrac{100}{2^2}=\boxed{25}.$

5. Qüestió voluntària suplementària: En el problema **2**, suposeu que la relació de 3 a 1 entre els dos nombres de monedes no existeix. De quantes maneres podem sumar 2.64 euros amb monedes de 2 cèntims i de 5 cèntims?

Es tracta de trobar les solucions enteres i positives de l'equació $2x + 5y = 264$. Acceptarem que alguna de les solucions només consti d'un tipus de monedes. El gràfic de l'equació ens pot ajudar. Els seus punts de tall amb els eixos de coordenades són:

$$x = 0 \Longrightarrow y = \frac{264}{5} = 52.8\,, \qquad y = 0 \Longrightarrow x = \frac{264}{2} = 132.$$

Així podem observar que els valors enters x i y han de complir:



$$0 \leq x \leq 132, \qquad 0 \leq y \leq 52.$$

A més, $x = \dfrac{264 - 5y}{2} = 132 - 5 \cdot \dfrac{y}{2}\,.$

Llavors, com que han de ser solucions enteres, y serà un nombre parell. De tot això en resulten les solucions.

x	y
132	$0 = 0 \cdot 2$
127	$2 = 1 \cdot 2$
122	$4 = 2 \cdot 2$
$\vdots$	$\vdots$
2	$52 = 26 \cdot 2$

Finalment, des de 0 fins a 26 comptem 27 nombres. Per tant, amb monedes de 2 i 5 cèntims

$$\boxed{\text{hi ha 27 maneres de sumar 2.64 euros}}\,.$$