IES Pons d'Icart – 5/III/2008
MATEMÀTIQUES – 3r ESO B **Nom** ______________________
Equacions i transformacions $4+1.5+1.5+1.5+1.5$

1. Resoleu les equacions següents:

a) $\dfrac{x}{9}-2=\dfrac{x}{4}+\dfrac{x}{6} \overset{(\times 36)}{\Longrightarrow} 4x-72=9x+6x \Longrightarrow (9+6-4)x=-72$

$\Longrightarrow 11x=-72 \Longrightarrow x=\boxed{-\dfrac{72}{11}}.$

b) $2x^2+11x=0 \Longrightarrow x(2x+11)=0 \Longrightarrow x=0$ o $2x+11=0 \Longrightarrow \boxed{x=0,\ x=-\dfrac{11}{2}}.$

c) $8x^2-10x-3=0 \Longrightarrow x=\dfrac{10\pm\sqrt{100+96}}{16}=\dfrac{10\pm 14}{16}= \begin{cases} \dfrac{24}{16}=\boxed{\dfrac{3}{2}} \\ -\dfrac{4}{16}=\boxed{-\dfrac{1}{4}}. \end{cases}$

d) $\dfrac{x^2}{2}-x=(x+2)^2+8 \Longleftrightarrow x^2-2x=2(x^2+4x+4)+16$

$\Longleftrightarrow x^2-2x=2x^2+8x+24 \Longleftrightarrow x^2+10x+24=0$

$\Longleftrightarrow x=\dfrac{-10\pm\sqrt{100-96}}{2}=\dfrac{-10\pm 2}{2}= \begin{cases} \dfrac{-8}{2}=\boxed{-4} \\ \dfrac{-12}{2}=\boxed{-6}. \end{cases}$

2. Considereu el sistema d'equacions $\begin{cases} x+2y=-2 \\ 2x+4y=8. \end{cases}$
Dibuixeu els gràfics determinats per les seves solucions i raoneu quines són les solucions del sistema a partir de l'observació dels gràfics.

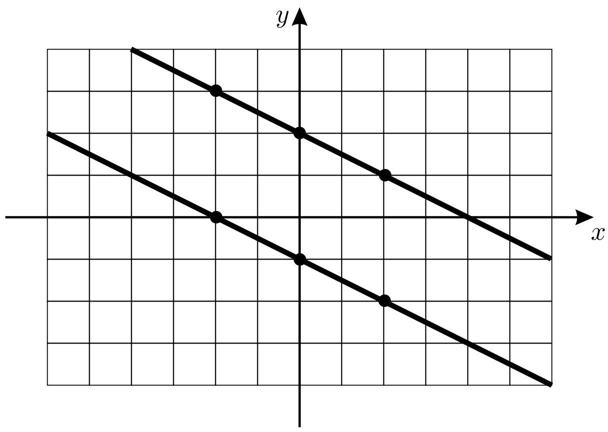
Cerquem tres solucions de l'equació. Aquestes determinen la recta sobre la que es troben totes les solucions.

1a equació

x	$y=\dfrac{-2-x}{2}$
0	-1
-2	0
2	-2

2a equació

x	$y=\dfrac{4-x}{2}$
0	2
-2	3
2	1

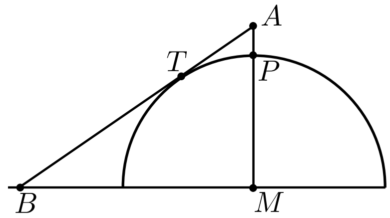


Si observem els gràfics i les taules de valors notem que la separació entre les dues rectes és constant. Per tant, són paral·leles i no tenen punts comuns. Això implica que el sistema d'equacions no té cap solució, dit d'una altra manera les equacions són incompatibles.

3. Tenim les dades següents de la figura adjunta:

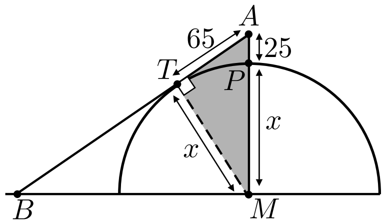
$AP = 25$ m, $\quad AT = 65$ m,
AB és tangent en T al semicercle de centre M.

Calculeu el radi MT del semicercle.



Anomenem $x =$ longitud de $MT =$ longitud de MP.
Llavors $AM = x + 25$.
Per tant, en ser el triangle $\triangle ATM$ rectangle podem aplicar el teorema de Pitàgoras i tenim

$$AM^2 = AT^2 + MT^2 \Longrightarrow (x+25)^2 = 65^2 + x^2$$
$$\Longrightarrow x^2 + 50x + 625 = 4225 + x^2 \Longrightarrow 50x = 3600$$
$$\Longrightarrow MT = x = \frac{3600}{50} = \boxed{72 \text{ m}}.$$



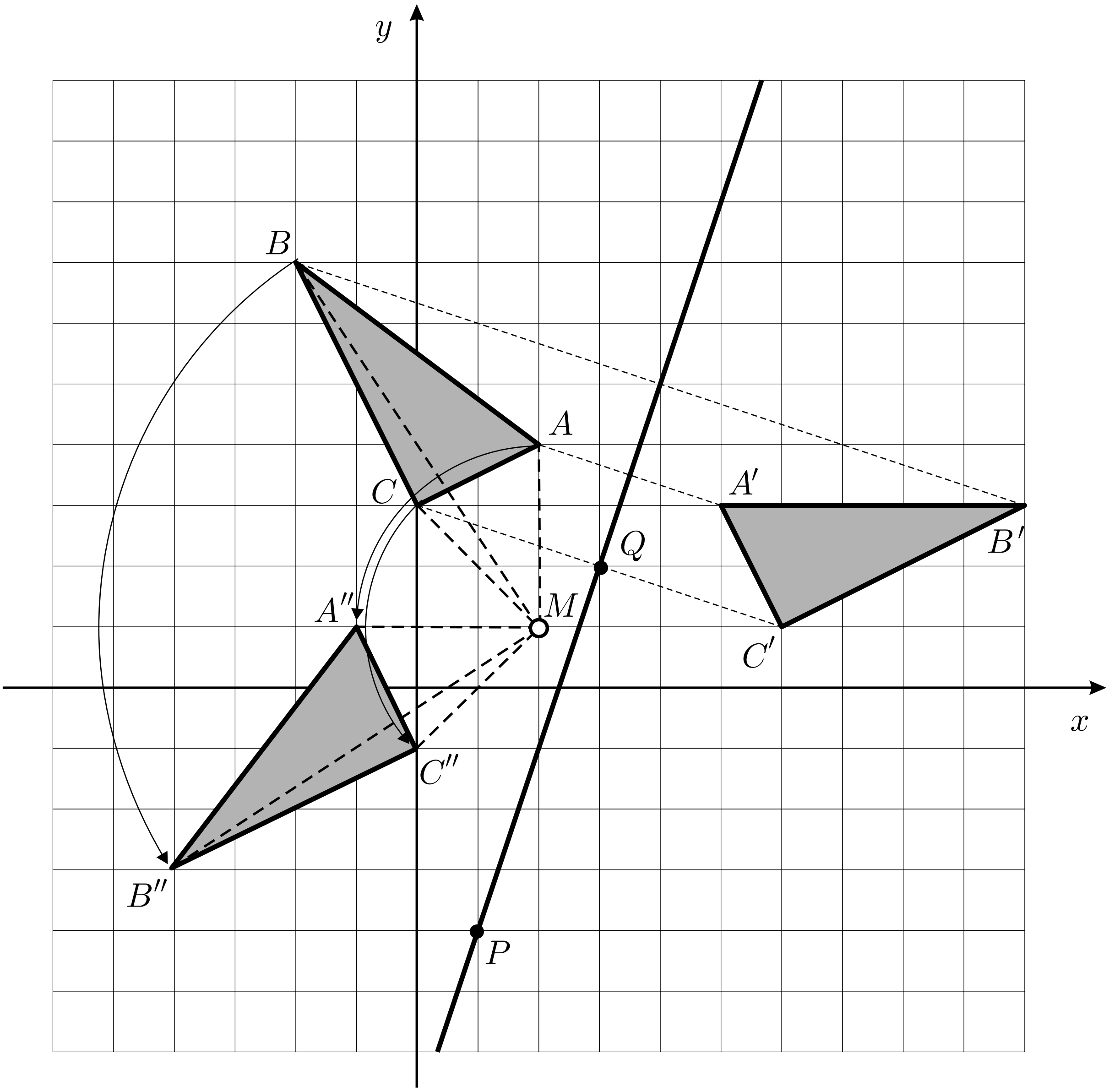
4. Dibuixeu,

- la recta r que passa pels punts $P(1,-4)$ i $Q(3,2)$.
- el triangle $\triangle ABC$ de vèrtexs $A(2,4)$, $B(-2,7)$ i $C(0,3)$.

A continuació dibuixeu,

a) el triangle $\triangle A'B'C'$ simètric de $\triangle ABC$ respecte la recta(eix) r.

b) el triangle $\triangle A''B''C''$ que resulta de transformar $\triangle ABC$ mitjançant un gir de centre $M(2,1)$ i angle 90°.



a) Coordenades de $\triangle A'B'C'$

$A' = (5,3)$

$B' = (10,3)$

$C' = (6,1)$

b) Coordenades de $\triangle A''B''C''$

$A'' = (-1,1)$

$B'' = (-4,-3)$

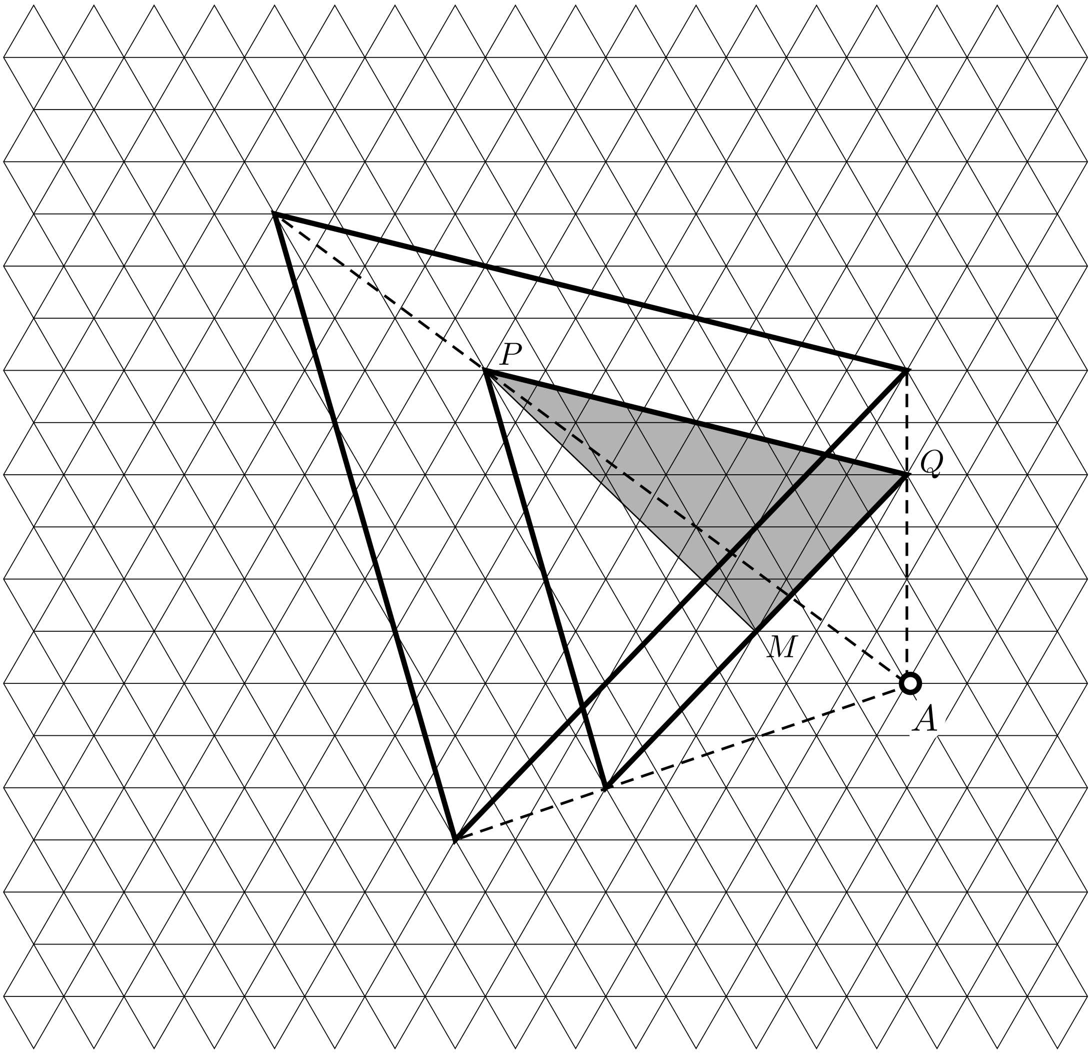
$C'' = (0,-1)$

5. El triangle equilàter de la figura té un perímetre de 24 cm.

a) Dibuixeu el seu transformat per l'homotècia de centre A i raó $\dfrac{2}{3}$.

b) Calculeu l'àrea d'aquest últim.

a)



b) El costat del triangle gran mesura $\dfrac{24}{3} = 8$ cm. Per tant, el costat del triangle homotètic mesura $8 \cdot \dfrac{2}{3} = \dfrac{16}{3}$ cm. Amb aquest costat i l'altura PM del triangle $\triangle PMQ$, podrem calcular l'àrea del triangle. Pel teorema de Pitàgoras aplicat sobre $\triangle PMQ$ tenim

$$PM = \sqrt{PQ^2 - MQ^2} = \sqrt{\left(\frac{16}{3}\right)^2 - \left(\frac{8}{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{192}}{3} = \frac{\sqrt{64 \cdot 3}}{3} = \frac{8 \cdot \sqrt{3}}{3}.$$

Finalment, l'àrea és

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{16}{3} \cdot \frac{8 \cdot \sqrt{3}}{3} = \boxed{\frac{64\sqrt{3}}{9} \approx 10.057 \text{ cm}^2}.$$