

1. Digueu si són vertaderes o falses les afirmacions següents, encerclant **V** o **F** respectivament.

- Un octaedre és un poliedre format per vuit cares que són octàgons. V ☐ F ☒
- Hi ha sis poliedres regulars amb diferent nombre de cares. V ☐ F ☒
- La fórmula d'Euler estableix que:

nombre de cares + nombre de vèrtexs = nombre d'arestes + 2.

V ☒ F ☐
- El volum d'una piràmide és igual a la meitat del volum d'un prisma d'iguals base i altura. V ☐ F ☒
- La generatriu d'un con es pot calcular si coneixem el radi de la base i l'altura del con. V ☒ F ☐
- En cada vèrtex d'un dodecaedre hi incideixen tres pentàgons. V ☒ F ☐
- Un diedre és cadascuna de les regions de l'espai determinada per dos plans secants. V ☒ F ☐
- Existeix un poliedre tal que en cada vèrtex hi incideixen sis triangles equilàters. V ☐ F ☒
- Existeix un poliedre tal que en cada vèrtex hi incideixen tres quadrats. V ☒ F ☐
- La línia que determina l'altura d'una piràmide és perpendicular a la base d'aquesta. V ☒ F ☐
- Un poliedre que té 14 cares i 24 arestes té forçosament 12 vèrtexs. V ☒ F ☐
- Un cub de 40 cm d'aresta té una capacitat de 16 l d'aigua. V ☐ F ☒

2. Com bé recordeu el volum d'una esfera és igual a $\frac{4}{3} \pi r^3$. Considereu una esfera que ha estat generada per un semicercle de 141.3 cm^2 d'àrea, en girar al voltant del seu diàmetre. Quin és el seu volum en litres?

Calculem el radi del semicercle a partir de la seva àrea:

$$141.3 = \text{Àrea}(\text{semicercle}) = \frac{\pi r^2}{2} \implies r = \sqrt{\frac{282.6}{\pi}} \approx 9.484428 \text{ cm.}$$

Amb el radi podem calcular el volum:

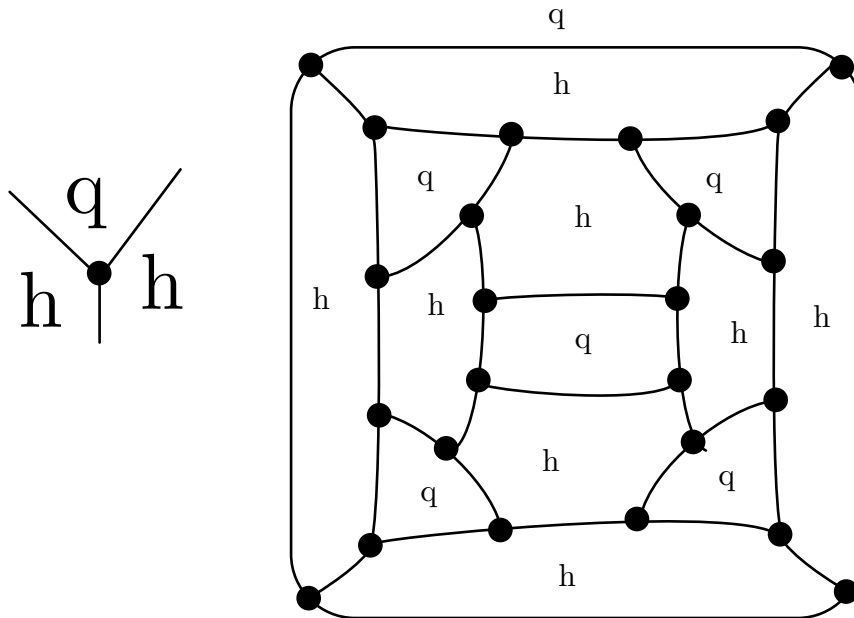
$$\text{Volum} = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \left(\sqrt{\frac{282.6}{\pi}} \right)^3 \approx 3573.73 \text{ cm}^3 \approx \boxed{3.57 \text{ litres}}.$$

3. En cada vèrtex d'un poliedre hi incideixen dos hexàgons i un quadrat.

a) Feu-ne el diagrama d'Schlegel.

b) Feu el recompte del seu nombre de cares, vèrtexs i arestes.

a)



b) Fem recompte sobre el diagrama i resulten

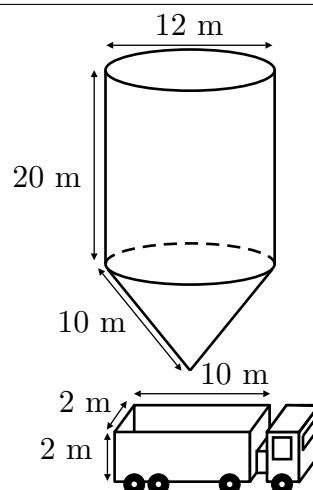
$8 h + 6 q = 14$ cares
24 vèrtexs
36 arestes

Es pot comprovar que se satisfà la fórmula d'Euler:

$$14 + 24 = 36 + 2.$$

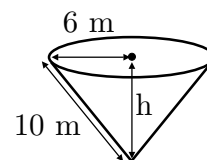
4. Una sitja del port d'una ciutat és plena de cereal. Les seva forma i dimensions les podeu veure a la figura adjunta.

El seu contingut es transporta en camions en els quals les caixes tenen forma d'ortoeдре. Les dimensions d'aquestes caixes són $2 \text{ m} \times 2 \text{ m} \times 10 \text{ m}$. Calculeu el cost del transport si cada viatge d'anada i tornada del camió val 300 euros.



La sitja es compon d'un cilindre de radi 6 i altura 20 i d'un con de radi 6 i generatriu 10.

Per calcular el volum del con cal trobar la seva altura, la qual cosa podem aconseguir amb el teorema de Pitàgores sobre el triangle de la figura.



$$10^2 = h^2 + 6^2 \implies h = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{64} = 8 \text{ m.}$$

Per calcular el cost,

- Cal trobar el volum total.
- Dividir-lo pel volum de la caixa del camió i així tindrem el nombre de viatges.
- Multiplicar, finalment, el nombre de viatges pel preu de cada viatge.

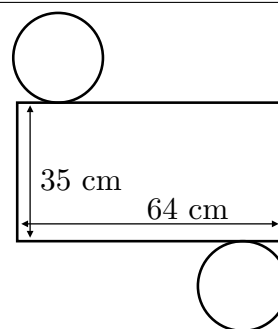
$$\text{Volum(sitja)} = \pi \cdot 6^2 \cdot 20 + \frac{\pi}{3} \cdot 6^2 \cdot 8 = \pi \cdot 36 \left(20 + \frac{8}{3} \right) = 816\pi \approx 2563.5396 \text{ m}^3.$$

$$\text{Volum(caixa)} = 2 \cdot 2 \cdot 10 = 40 \text{ m}^3.$$

$$\text{Nombre de viatges} = \frac{\text{Volum(sitja)}}{\text{Volum(caixa)}} \approx \frac{2563.5396}{40} \approx 64.$$

$$\text{Preu} = 64 \cdot 300 = \boxed{19200 \text{ euros}}.$$

5. Tenim un cilindre desplegat sobre el pla. Calculeu, a partir de les dades adjuntes el seu volum i la seva superfície. Esbrineu si hi caben 400 l d'aigua.



Per als càlculs ens cal trobar el radi de la circumferència base. Sabem que el perímetre d'aquesta és 64. Per tant,

$$64 = 2\pi r \implies r = \frac{64}{2\pi} = \frac{32}{\pi} \approx 10.1858 \text{ cm.}$$

Lavors,

$$\text{Volum} = \pi \cdot \left(\frac{32}{\pi}\right)^2 \cdot 35 \approx 11408.23 \text{ cm}^3 \approx \boxed{11.41 \text{ litres}}.$$

$$\text{Superfície} = 35 \cdot 64 + 2 \cdot \pi \left(\frac{32}{\pi}\right)^2 \approx \boxed{2891.90 \text{ cm}^2}.$$

Evidentment, segons la primera solució, no hi caben 400 litres d'aigua.

6. Resoleu: a) $x(x+1) - 3 = 3x^2 - 10x - 24$. b) $\frac{x-1}{6} - 4 \cdot \frac{x-2}{15} = \frac{x}{2} + 3$.

a) $x^2 + x - 3 = 3x^2 - 10x - 24 \implies 2x^2 - 11x - 21 = 0$

$$\implies x = \frac{11 \pm \sqrt{121 + 168}}{4} = \frac{11 \pm 17}{4} = \begin{cases} \frac{28}{4} = \boxed{7} \\ -\frac{6}{4} = \boxed{-\frac{3}{2}} \end{cases}$$

b) Multipliquem els dos membres de la igualtat per $\text{mcm}(6, 15, 2) = 30$ i s'obté,

$$5(x-1) - 8(x-2) = 15x + 90$$

$$\implies 5x - 5 - 8x + 16 = 15x + 90 \implies -3x + 11 = 15x + 90$$

$$\implies -18x = 79 \implies \boxed{x = -\frac{79}{18}}.$$