IES Pons d'Icart
MATEMÀTIQUES – 3R ESO C 8/II/2008
Equacions - 1r i 2n grau 1+3+3+1.5+1.5

1. Resoleu l'equació: $\dfrac{3-x}{5} = 2x - \dfrac{x}{4} - 3\,.$

$$\frac{3-x}{5} = 2x - \frac{x}{4} - 3 \overset{(\times 20)}{\Longrightarrow} 12 - 4x = 40x - 5x - 60 \Longrightarrow 12 + 60 = (40 - 5 + 4)x$$

$$\Longrightarrow 72 = 39x \Longrightarrow x = \frac{72}{39} = \boxed{\frac{24}{13}}\,.$$

2. Considereu el sistema d'equacions següent: $\begin{cases} x + 3y = 2 \\ x + 2y = 4. \end{cases}$

a) Resoleu-lo.

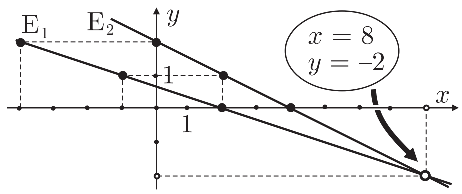
b) Representeu gràficament cadascuna de les equacions sobre els mateixos eixos de coordenades. Expliqueu la relació existent entre la intersecció dels gràfics de les dues equacions i la solució del sistema.

a) Eliminem la incògnita x pel mètode de reducció. Anomenem E_1 i E_2 les equacions. Reduïm la incògnita fent $\mathrm{E}_1 - \mathrm{E}_2$:

$$\begin{array}{rrr} \mathrm{E}_1: & x+3y = & 2 \\ \mathrm{E}_2: & x+2y = & 4 \\ \hline \mathrm{E}_1 - \mathrm{E}_2: & y = & -2 \end{array} \Longrightarrow \boxed{y = -2,\ x = 2 - 3(-2) = 8}$$

b) Construïm una taula de valors per a les solucions de cadascuna de les equacions:

$\boxed{\mathrm{E}_1}$ $x = 2 - 3y$	y	$\boxed{\mathrm{E}_2}$ $x = 4 - 2y$	y
2	0	4	0
−1	1	2	1
−4	2	0	2



S'observa que les coordenades del punt d'intersecció coincideixen amb la solució del sistema.

3. Resoleu les equacions: a) $x^2 + 15x + 50 = 0$. b) $(6x+2)^2 - x = 3x + \dfrac{20}{3}\,.$

a) $x^2 + 15x + 50 = 0 \Longrightarrow x = \dfrac{-15 \pm \sqrt{225 - 200}}{2} = \dfrac{-15 \pm 5}{2} = \begin{cases} \boxed{-5} \\ \boxed{-10}\,. \end{cases}$

b) $$(6x+2)^2 - x = 3x + \frac{20}{3} \Longleftrightarrow 36x^2 + 24x + 4 - x - 3x - \frac{20}{3} = 0 \Longrightarrow 36x^2 + 20x - \frac{8}{3} = 0$$

$$\Longleftrightarrow 108x^2 + 60x - 8 = 0 \Longrightarrow 27x^2 + 15x - 2 = 0$$

$$\Longleftrightarrow x = \frac{-15 \pm \sqrt{225 + 216}}{54} = \frac{-15 \pm 21}{54} = \begin{cases} \dfrac{6}{54} = \boxed{\dfrac{1}{9}} \\ \dfrac{-36}{54} = \boxed{-\dfrac{2}{3}}\,. \end{cases}$$

4. El Magí ens proposa una endevinalla. Diu així: Si sabeu que una solució de l'equació $x^2 + bx + 5 = 0$ és $x = -2$, trobeu l'altra solució.

a) $x = -2$ és solució implica que $(-2)^2 + b(-2) + 5 = 0 \Longrightarrow 9 - 2b = 0 \Longrightarrow 2b = 9 \Longrightarrow b = \dfrac{9}{2}$.

Per tant, trobarem l'altra solució de l'equació si resolem l'equació $\quad x^2 + \dfrac{9}{2}x + 5 = 0$.

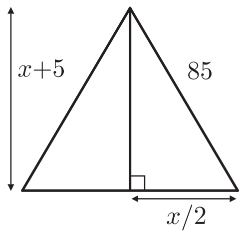
$$x^2 + \frac{9}{2}x + 5 = 0 \iff 2x^2 - 9x + 10 = 0$$

$$\iff x = \frac{-9 \pm \sqrt{81 - 80}}{4} = \frac{-9 \pm 1}{4} = \begin{cases} \dfrac{-8}{4} = -2 \\ \dfrac{-10}{4} = \boxed{-\dfrac{5}{2}}. \end{cases}$$

5. Cadascun dels costats iguals d'un triangle isòsceles té una longitud de 0.85 m. Trobeu-ne el costat desigual i l'altura sobre aquest costat si sabeu que aquesta altura és 5 cm més llarga que el costat desigual.

Anomenem $x =$ longitud en cm del costat desigual. Llavors, si apliquem el teorema de Pitàgoras al triangle rectangle de la figura determinat per l'altura, obtenim

$$85^2 = (x+5)^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2.$$



Desenvolupem, reordenem i resolem,

$$7225 = x^2 + 10x + 25 + \frac{x^2}{4} \iff 28900 = 5x^2 + 40x + 100$$

$$\iff 5x^2 + 40x - 28800 \iff x^2 + 8x - 5760$$

$$\iff x = \frac{-8 \pm \sqrt{64 + 23040}}{2} = \frac{-8 \pm 152}{2} = \begin{cases} \dfrac{144}{2} = 72 \\ \dfrac{-160}{2} = -80 \end{cases}$$

Conclusió: El costat desigual i l'altura tenen longituds de $\boxed{\text{72 cm i 77 cm}}$.