

1. El preu d'una rentadora s'apuja un 8% i al cap de pocs dies es torna a apujar un altre 8%. Si el preu final és de 612.36 euros, quin era el preu inicial?

Segui x = preu inicial de la bufanda. Llavors,

• **Alternativa 1:**

Taula de preus		
Inicials	Intermedi	Finals
x		612.36
100	108	$108 + \frac{8}{100} \cdot 108 = 116.64$

 $\Rightarrow \frac{x}{100} = \frac{612.36}{116.64} \Rightarrow x = \frac{612.36 \cdot 100}{116.64} = \frac{612.36}{1.1664} = \boxed{525 \text{ euros}}.$

• **Alternativa 2:**

$$\left(x + \frac{8}{100}x\right) + \frac{8}{100}\left(x + \frac{8}{100}x\right) = 612.36 \Rightarrow (1.08x) + 0.8 \cdot (1.08x) = 612.36$$

$$\Rightarrow (1 + 0.08) \cdot 1.08x = 612.36 \Rightarrow \boxed{1.08^2 x = 612.36} \Rightarrow x = \frac{612.36}{1.1664} = \boxed{525 \text{ euros}}.$$

2. Ordeneu els nombres següents de més petit a més gran,

$$0.515873; \quad \frac{13}{25}; \quad \frac{65}{126}; \quad \frac{2579}{5000}.$$

$$0.515873; \quad \frac{13}{25} = 0.52; \quad \frac{65}{126} = 0.5158730; \quad \frac{2579}{5000} = 0.5158.$$

Per tant, $\boxed{\frac{2579}{5000} < 0.515873 < \frac{65}{126} < \frac{13}{25}}.$

3. A les 8h 45min, tres ciclistes A , B i C surten al mateix temps, des d'un mateix punt i en la mateixa direcció a donar voltes a un petit circuit. Els ciclistes A , B i C inverteixen respectivament 1min, 1min 4s i 1min 12s a donar cada volta. A quina hora els tres ciclistes tornaran a coincidir per primera vegada en el punt de sortida?

Raonament:

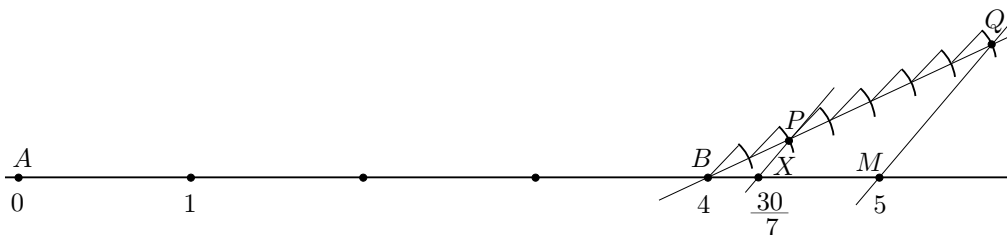
- Els dies que passen fins que A passa per la sortida són 60, 120, 180, ... (Múltiples de 60.)
- Els dies que passen fins que B passa per la sortida són 64, 128, 192, ... (Múltiples de 64.)
- Els dies que passen fins que C passa per la sortida són 72, 144, 216, ... (Múltiples de 72.)

Per tant, quan coincideixin ho faran en un dia múltiple comú i, la primera vegada, en el més petit d'aquests múltiples.

Conclusió:

$$\left. \begin{array}{l} 12 = 2^2 \cdot 3 \\ 45 = 3^2 \cdot 5 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{mcm}(12, 45) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 = \boxed{180 \text{ dies}}.$$

4. Dibuixeu una recta i marqueu dos punts que representin els números 0 i 1. Construïu amb regle i compàs (o escaire), el punt que representa la fracció $\frac{30}{7}$.



Procediment: Sabem que $\frac{30}{7} = 4 + \frac{2}{7}$. Per tant, sobre la recta numèrica marquem els punts, a distàncies iguals 0, 1, 2, 3, 4, 5. Tracem una altra recta BQ , pel punt B que representa el 4. Marquem sobre la recta BQ set segments iguals a partir de B . Tracem per l'extrem Q i M un segment, i una paral·lela a QM per l'extrem P del setè. En resulta el punt X sobre la recta numèrica que serà la solució.

Demostració: En ser $BM = 5 - 4 = 1$, llavors $BX = \frac{2}{7}$, perquè pel teorema de Tales tenim

$$\frac{BX}{BM (= 1)} = \frac{BP}{BQ} = \frac{2}{7}.$$

Consegüentment, $AX = 4 + \frac{2}{7} = \frac{30}{7}$.

5. Opereu i simplifiqueu sense utilitzar els nombres decimals:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } \frac{9}{20} + \frac{1}{36} - \frac{1}{12} & \text{b) } \frac{15}{8} - \frac{5}{8} \cdot \frac{4}{9} & \text{c) } \frac{3.0\overline{16}}{\frac{4}{3} - \frac{3}{100}} & \text{d) } \frac{2 - \frac{2}{3} \left(5 - \frac{3}{8} \right)}{2 + \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{6} - \frac{1}{6}} \end{array}$$

$$\text{a) } \frac{9}{20} + \frac{1}{36} - \frac{1}{12} = \frac{81 + 5 - 15}{180} = \boxed{\frac{71}{180}}.$$

$$\text{b) } \frac{15}{8} - \frac{5}{8} \cdot \frac{4}{9} = \frac{15}{8} - \frac{5}{2 \cdot 9} = \frac{15}{8} - \frac{5}{18} = \frac{135 - 20}{72} = \boxed{\frac{115}{72}}.$$

$$\text{c) } \frac{3.0\overline{16}}{\frac{4}{3} - \frac{3}{100}} = \frac{\frac{3016 - 30}{990}}{\frac{400 - 9}{300}} = \frac{2986 \cdot 300}{990 \cdot 391} = \frac{2986 \cdot 10}{33 \cdot 391} = \boxed{\frac{29860}{12903}}.$$

$$\text{d) } \frac{2 - \frac{2}{3} \left(5 - \frac{3}{8} \right)}{2 + \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{6} - \frac{1}{6}} = \frac{2 - \frac{2}{3} \cdot \frac{37}{8}}{2 + \frac{5}{9} - \frac{1}{6}} = \frac{2 - \frac{37}{12}}{\frac{36 + 10 - 3}{18}} = \frac{-\frac{13}{12}}{\frac{43}{18}} = -\frac{13 \cdot 18}{12 \cdot 43} = -\frac{13 \cdot 3}{2 \cdot 43} = \boxed{-\frac{39}{86}}.$$

6. En un llibre he trobat demostrat que $0 = 1$. Evidentment hi ha d'haver un error. Estudieu la demostració i expliqueu raonadament en què consisteix l'error:

- Considerem $a = 1$.
- Llavors, si substituïm a per 1 es compleix que $(a + 1) \cdot (a - 1) = a - 1$.
- Per tant, si canvio el factor $(a - 1)$ de costat, $a + 1 = \frac{a - 1}{a - 1} = 1$.
- La qual cosa implica $a + 1 = 1$ i, per tant, $a = 1 - 1 = 0$.
- O sigui que $a = 0$ i $a = 1$ implica $0 = 1$.

L'error es troba en què no és cert que $\frac{a - 1}{a - 1} = 1$, perquè $a - 1 = 0$ i no es pot dividir per zero.

7. En Pere prepara un got de sangria en què $\frac{1}{4}$ del contingut és vi, $\frac{2}{5}$ del contingut és gasosa i la resta suc de préssec. Se'n beu mig got i després l'acaba d'omplir de suc de préssec.

- a) Trobeu les fraccions irreductibles que representen la proporció de suc de préssec que hi ha en el got, abans de beure'n la meitat i després de tornar-lo a omplir.
- b) Expressau els resultats anteriors en percentatge.

a)	Situació inicial	Situació final
Vi	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$
Gasosa	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5}$
Suc de préssec	$1 - \frac{1}{4} - \frac{2}{5} = \frac{20 - 5 - 8}{20} = \frac{7}{20}$	$\frac{7}{40} + \frac{1}{2} = \frac{7 + 20}{40} = \frac{27}{40}$

b) $\frac{7}{20} = 0.35 = \boxed{35\%}$. $\frac{27}{40} = 0.675 = \boxed{67.5\%}$.