1. Resoleu:

a) $8(2-x)+2x = 30+6(x+2)+3(4+3x)$.

b) $\dfrac{7}{10} - \dfrac{4x-2}{5} = \dfrac{x}{3} + \dfrac{x-4}{6}$.

a) $8(2-x)+2x = 30+6(x+2)+3(4+3x) \Longrightarrow 16-8x+2x = 30+6x+12+12+9x$

$$\Longrightarrow (-8+2-6-9)x = 30+12+12-16 \Longrightarrow -21x = 38 \Longrightarrow \boxed{x = -\frac{38}{21}}.$$

b) $\dfrac{7}{10} - \dfrac{4x-2}{5} = \dfrac{x}{3} + \dfrac{x-4}{6} \overset{(\times 30)}{\Longrightarrow} 21 - 24x + 12 = 10x + 5x - 20$

$$\Longrightarrow 21+12+20 = (10+5+24)x \Longrightarrow 53 = 39x \Longrightarrow \boxed{x = \frac{53}{39}}.$$

2. Tenim un rectangle en què es compleixen les condicions següents:
– Si augmentem un 20% la longitud d'un costat el perímetre mesura 264 cm.
– Si augmentem un 5% la longitud de l'altre costat el perímetre mesura 261.6 cm.
Calculeu la longitud dels costats del rectangle inicial.

	Rectangle inicial	Rectangle condició 1	Rectangle condició 2
costat 1	x	$x + \frac{20}{100}x = 1.2\,x$	x
costat 2	y	y	$y + \frac{5}{100}y = 1.05\,y$
Perímetre		$2(1.2\,x + y)$	$2(x + 1.05\,y)$
Equacions		$2.4\,x + 2y = 264$	$2x + 2.1\,y = 261.6$

Simplifiquem les equacions del sistema, (dividim per 2), i en resulta,

$$\begin{array}{rrcl} E_1: & 1.2x + y & = & 132 \\ E_2: & x + 1.05y & = & 130.8 \\ \hline E_1 - 1.2E_2: & -0.26y & = & -24.96 \Longrightarrow y = \dfrac{24.96}{0.26} = 96 \end{array}$$

Llavors des de l'equació E_1 :

$$1.2x + 96 = 132$$
$$\Longrightarrow 1.2x = 36 \Longrightarrow x = \frac{36}{1.2} = 30$$

Els costats del rectangle inicial mesuren $\boxed{\text{96 cm i 30 cm}}$.

3. Considereu el sistema d'equacions següent: $\left\{\begin{array}{l} 4x - 6y = 32 \\ 6x + 15y = 0. \end{array}\right.$

a) Resoleu-lo analíticament.

b) Representeu gràficament cadascuna de les equacions sobre els mateixos eixos de coordenades, mitjançant els punts de tall amb aquests eixos. Comproveu si el punt on es tallen les dues rectes que en resulten té relació amb la solució del sistema.

Simplifiquem les dues equacions, (dividim per 2 i per 3), i resulta el sistema equivalent,

$$\begin{array}{rl} \mathrm{E}_1: & 2x-3y=16 \\ \mathrm{E}_2: & 2x+5y=\ \ 0 \\ \hline \mathrm{E}_1-\mathrm{E}_2: & \quad -8y=16 \Longrightarrow \boxed{y=-2} \end{array}$$

Llavors des de l'equació E_2 :

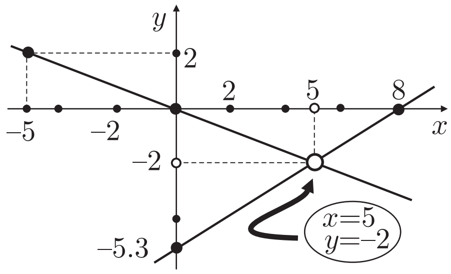
$$2x+5\cdot(-2)=0$$

$$\Longrightarrow 2x=10 \Longrightarrow x=\frac{10}{2}=5 \Longrightarrow x=\boxed{\frac{5}{2}}.$$

b) Construïm una taula de solucions per a cadascuna de les equacions:

E_1: x	$y=\dfrac{2x-16}{3}$
0	$-5.\widehat{3}$
8	0
5	-2

E_2: x	$y=\dfrac{-2x}{5}$
0	0
-5	2
5	-2



Les coordenades del punt d'intersecció coincideixen amb la solució del sistema.

4. Opereu i simplifiqueu utilitzant el llenguatge de les fraccions d'enters:

a) $\dfrac{13}{12}-\dfrac{3}{18}+1$ b) $13.\widehat{72}\ :\dfrac{22}{7}$ c) $\dfrac{\frac{33}{12}\cdot 3-2}{\frac{8}{9}\cdot\left(\frac{24}{9}-3\right)}$ d) $\dfrac{0.2^3}{25^{-3}\cdot 10^3}$

a) $$\frac{13}{12}-\frac{3}{18}+1=\frac{39-6+36}{36}=\frac{69}{36}=\boxed{\frac{23}{12}}.$$

b) $$13.\widehat{72}\ :\frac{22}{7}=\frac{1372-13}{99}\cdot\frac{7}{22}=\frac{1359}{99}\cdot\frac{7}{22}=\frac{151\cdot 7}{11\cdot 22}=\boxed{\frac{1057}{242}}.$$

c) $$\frac{\frac{33}{12}\cdot 3-2}{\frac{8}{9}\cdot\left(\frac{24}{9}-3\right)}=\frac{\frac{33}{4}-2}{\frac{8}{9}\cdot\left(-\frac{3}{9}\right)}=\frac{\frac{25}{4}}{-\frac{8}{27}}=-\frac{25\cdot 27}{4\cdot 8}=\boxed{-\frac{675}{32}}.$$

d) $$\frac{0.2^3}{25^{-3}\cdot 10^3}=\frac{5^{-3}}{5^{-6}\cdot 2^3\cdot 5^3}=\frac{5^{3+6-3}}{2^3}=\frac{1}{2^3}=\boxed{\frac{1}{8}}.$$

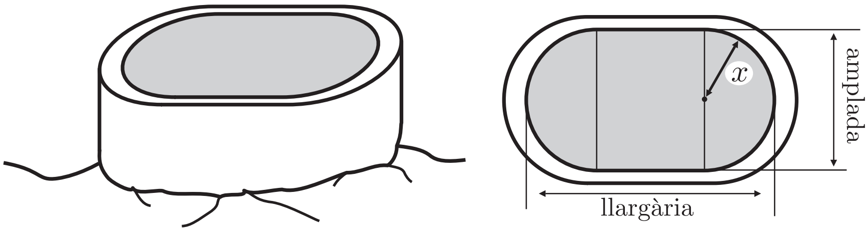
5. Resoleu primer amb la fórmula de resolució de l'equació de segon grau i després amb el mètode de completar quadrats l'equació $x^2-4x-2=0$.

$$x=\frac{4\pm\sqrt{16+8}}{2}=\frac{4\pm\sqrt{24}}{2}=\begin{cases}\boxed{2+\sqrt{6}\approx 4.45}\\ \boxed{2-\sqrt{6}\approx -0.45},\end{cases}$$

perquè $\sqrt{24}=\sqrt{4\cdot 6}=2\cdot\sqrt{6}$

$$x^2-4x-2 \Longleftrightarrow (x-2)^2-4-2=0 \Longleftrightarrow (x-2)^2=6 \Longleftrightarrow x-2=\pm\sqrt{6} \Longleftrightarrow \boxed{x=2\pm\sqrt{6}}.$$

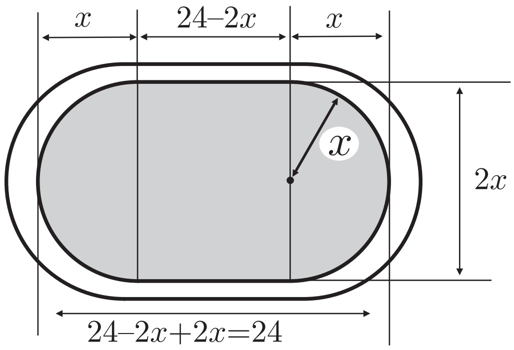
6. En una masia s'ha construït un dipòsit de manera que la part central és rectangular i els dos extrems són dos semicercles. El rectangle central té el perímetre igual a 48 metres. Se sap que la superfície interior del dipòsit és igual 194.5504 m^2.



a) Si anomenem x la mesura del radi dels semicercles, cerqueu l'àrea total de la superfície interior en funció de la longitud x i comproveu que és

$$\text{Àrea} = (\pi - 4)\, x^2 + 48x.$$

b) Calculeu els valors de l'amplada i la llargària de la piscina amb l'ajut de la fórmula anterior i la informació inicial. (Considereu $\pi = 3.14$, i no prescindiu de cap decimal en els càlculs.)



a) Observem que:

- En el rectangle central un costat mesura $2x$ i l'altre $\dfrac{48 - 2 \cdot 2x}{2} = 24 - 2x$.
- L'àrea total és igual a la suma de l'àrea del rectangle central i l'àrea d'un cercle de radi x. És a dir,

$$\text{Àrea} = (24 - 2x) \cdot 2x + \pi\, x^2 = 48x - 4x^2 + \pi\, x^2 = (\pi - 4)\, x^2 + 48\, x$$

b) L'enunciat diu que $\quad (\pi - 4)\, x^2 + 48\, x = 194.5504$. Operem i resolem:

$$-0.86x^2 + 48x - 194.5504 = 0 \Longrightarrow x = \frac{-48 \pm \sqrt{48^2 - 669.253376}}{-1.72} = \frac{-48 \pm 40.432}{-1.72} = \begin{cases} \boxed{4.4} \\ 51.41 \end{cases}$$

La segona solució no pot ser perquè se sobrepassaria l'àrea de l'enunciat. Per tant,

$$\boxed{\begin{array}{l} \text{Amplada} = 2x = 2 \cdot 4.4 = 8.8 \text{ m} \\ \text{Llargària} = 24 - 2x + 2x = 24 \text{ m} \end{array}}$$